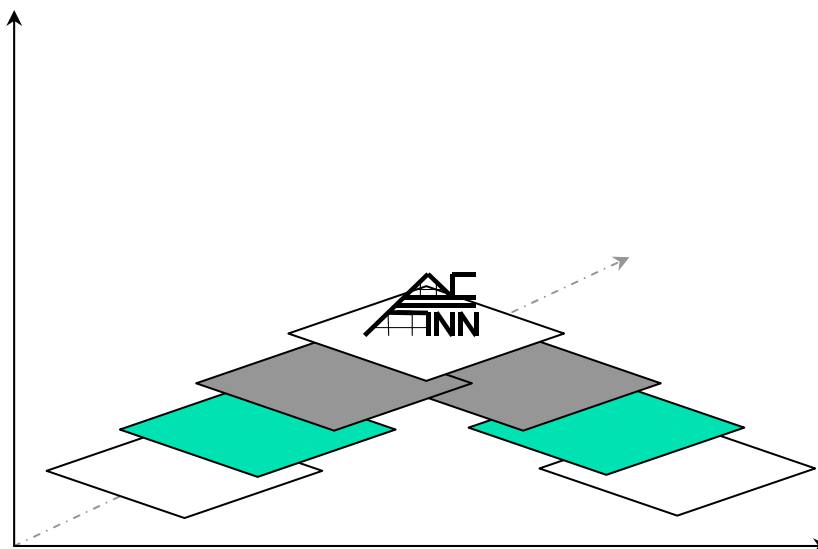


VOLUME 19 NUMBER 3

# STUDIA I MATERIAŁY

TOWARZYSTWA NAUKOWEGO NIERUCHOMOŚCI

JOURNAL OF THE POLISH REAL ESTATE SCIENTIFIC SOCIETY



OLSZTYN 2011  
ISSN 1733-2478



# STUDIA I MATERIAŁY

TOWARZYSTWA NAUKOWEGO NIERUCHOMOŚCI

---

JOURNAL OF THE POLISH REAL ESTATE SCIENTIFIC SOCIETY

VOLUME 19 NUMBER 3

OLSZTYN 2011

TOWARZYSTWO NAUKOWE NIERUCHOMOŚCI  

---

POLISH REAL ESTATE SCIENTIFIC SOCIETY

**RADA WYDAWNICZA**  
**„STUDIA I MATERIAŁY TOWARZYSTWA NAUKOWEGO NIERUCHOMOŚCI”**  
Editorial Council of the „Journal of the Polish Real Estate Scientific Society”

*Andrzej Hopfer (przewodniczący, chairman)*  
*Antoni Sobczak (zastępca przewodniczącego, vice-chairman)*  
*Zdzisław Adamczewski, Józef Czaja, Józef Hozer, Ewa Kucharska-Stasiak, Maria Trojanek, Sabina*  
*Żróbek, Ryszard Żróbek, Kauko Jussi Viitanen, Radosław Wiśniewski (sekretarz, secretary)*

**RECENZENCI:**

prof. dr hab. inż. Zdzisław ADAMCZEWSKI; prof. dr hab. inż. Józef CZAJA; prof. dr hab. Józef HOZER; prof. dr hab. Ewa KUCHARSKA-STASIAK; prof. dr hab. Adam NALEPKA; prof. dr hab. inż. Sabina ŻRÓBEK; prof. dr hab. inż. Ryszard ŻRÓBEK; dr hab. inż. Piotr PARZYCH prof. AGH; dr hab. Antoni SOBCZAK, prof. UEP; dr hab. Maria TROJANEK, prof. UEP; dr hab. Radosław WIŚNIEWSKI, prof. UWM; dr inż. Mirosław BEŁEJ; dr inż. Anna CELLMER; dr inż. Radosław CELLMER; dr Iwona FORYŚ; dr inż. Janusz JASIŃSKI; dr Sebastian KOKOT; dr Jan KONOWALCZUK; dr inż. Marek KULCZYCKI; dr inż. Jan KURYJ; dr inż. Andrzej MUCZYŃSKI; dr inż. Zbigniew SUJKOWSKI

**REDAKTOR NAUKOWY WYDAWNICTWA**  
Scientific Editor

*Sabina Żróbek*

**ZASTĘPCA REDAKTORA NAUKOWEGO WYDAWNICTWA**  
Vice-Scientific Editor

*Zdzisław Adamczewski*

**ADRES REDAKCJI:**

TOWARZYSTWO NAUKOWE NIERUCHOMOŚCI  
10-724 Olsztyn, ul. Prawocheńskiego 15

Address of the Editorial Board:

Polish Real Estate Scientific Society  
10-724 Olsztyn, Prawochenskiego 15 Str.

*www.tnn.org.pl*  
*e-mail: redakcja@tnn.org.pl*

**TYTUŁ DOTOWANY PRZEZ**  
**STOWARZYSZENIE NAUKOWE IM. STANISŁAWA STASZICA**

© Copyright by Towarzystwo Naukowe Nieruchomości.

© Opracowanie okładki: Małgorzata Renigier i Radosław Wiśniewski.

ISSN 1733-2478

ISBN 978-83-61564-52-2

TNN, Olsztyn 2011 r.

## SPIS TREŚCI

<b>Wprowadzenie</b>	-	5
<b>1. Określanie stref o podobnej cenności gruntów z wykorzystaniem metod geostatystycznych</b> <i>Radosław Cellmer, Jan Kuryj</i>	-	7
<b>2. Ocena algorytmów wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym</b> <i>Edward Sawitow</i>	-	19
<b>3. Modele logitowe w analizie transakcji na warszawskim rynku mieszkaniowym</b> <i>Barbara Batóg, Iwona Foryś</i>	-	33
<b>4. Ekonometryczna wycena nieruchomości w aspekcie twierdzenia Frischa - Waugha - Stone'a</b> <i>Sebastian Kokot, Mariusz Doszyń</i>	-	49
<b>5. Demograficzne uwarunkowania rozwoju mieszkalnictwa i rynku mieszkaniowego</b> <i>Lechosław Nykiel</i>	-	59
<b>6. Grupowanie województw metodą analizy skupień na podstawie transakcji kupna sprzedaży nieruchomości gruntowych</b> <i>Małgorzata Gotowska</i>	-	73
<b>7. Analiza preferencji nabywania mieszkań przez studentów Wojskowej Akademii Technicznej na tle pierwotnego rynku w Warszawie</b> <i>Beata Całka</i>	-	85
<b>8. Regionalne zróżnicowanie cen i ich determinant na rynku mieszkaniowym w Polsce</b> <i>Konrad Żelazowski</i>	-	97
<b>9. Utracone korzyści a słuszne odszkodowanie za nieruchomości przejęte pod inwestycje celu publicznego w Polsce i na świecie</b> <i>Marek Walacik</i>	-	107
<b>10. Porównanie metod interpolacji przestrzennej w odniesieniu do wartości nieruchomości</b> <i>Piotr Cichociński</i>	-	119

11. **Wzrost wartości nieruchomości na skutek podziałów nieruchomości lub budowy urządzeń infrastruktury technicznej na przykładzie gminy Kwidzyn** - 133  
*Kamila Juchniewicz*
12. **Urealnienie wartości modelowej nieruchomości** - 145  
*Anna Barańska*
13. **Zastosowanie w modelach regresji wielorakiej wartości czynnikowych do analizy rynku nieruchomości** - 161  
*Janusz Dąbrowski*
14. **Przestrzenna analiza warszawskiego (wtórnego) rynku mieszkaniowego** - 169  
*Mariola Chrzanowska*
15. **Analiza cen nieruchomości z wykorzystaniem statystyki Morana** - 181  
*Dorota Koziol – Kaczorek, Robert Pietrzykowski*
16. **Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych w procesie tworzenia mapy wartości gruntów** - 191  
*Tomasz Budzyński*
17. **Zastosowanie wybranych metod prognozowania na rynku nieruchomości** - 203  
*Sebastian Gnat*
18. **Analiza przestrzenna rynku nieruchomości rolniczych z uwzględnieniem wpływu czynników ekonomicznych** - 217  
*Robert Pietrzykowski*

## WPROWADZENIE

Kolejny, trzeci numer Studiów i Materiałów TNN zawiera opracowania przedstawicieli wielu różnych uczelni wyższych: uniwersytetów – Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie, Przyrodniczego we Wrocławiu, Szczecińskiego, Łódzkiego, Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Wojskowej Akademii Technicznej, Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie, Politechniki Koszalińskiej, Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Jarosławiu, Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Politechniki Warszawskiej.

Autorami artykułów są zarówno doświadczeni naukowcy jak i początkujący badacze realizujący rozprawy doktorskie. Wszystkich połączyła pasja zbadania możliwości zastosowania różnych metod i narzędzi wspierających procesy analizy kształtowania się cen i wartości nieruchomości. W opublikowanych pracach stosowano m.in. metody geostatystyczne do określania stref o podobnej cenności gruntów, modele logitowe porządkowe do analizy ofert i transakcji na rynku mieszkaniowym, modele regresji z jedną zmienną objaśniającą do wyceny nieruchomości, metodę analizy skupień do grupowania województw na podstawie transakcji sprzedaży nieruchomości gruntowych, model regresji wielorakiej oparty na wartościach czynnikowych do analizy rynku, statystykę Morana do analizy rozkładu cen nieruchomości, sztuczne sieci neuronowe do sporządzania mapy wartości gruntów, metody prognozowania przez analogię i z wykorzystaniem trendu pełzającego do prognozowania wybranych zmiennych ekonomicznych wpływających na funkcjonowanie rynku nieruchomości.

W ostatnim czasie zauważa się dążenie do wizualizacji wyników przeprowadzonych badań. Tendencja ta znalazła odzwierciedlenie również w niniejszym kwartalniku w tych artykułach, w których ich Autorzy zastosowali różne metody prezentacji kartograficznej otrzymanych rezultatów.

**prof. dr hab. inż. Sabina Żróbek**  
**Redaktor Naukowy Wydawnictwa**





# OKREŚLANIE STREF O PODOBNEJ CENNOŚCI GRUNTÓW Z WYKORZYSTANIEM METOD GEOSTATYSTYCZNYCH

**Radosław Cellmer, Jan Kuryj**

*Katedra Gospodarki Nieruchomościami i Rozwoju Regionalnego*

*Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie*

e-mail: [cellmer@uwm.edu.pl](mailto:cellmer@uwm.edu.pl), [jkuryj@uwm.edu.pl](mailto:jkuryj@uwm.edu.pl)

**Słowa kluczowe:** *mapa cenności, autokorelacja przestrzenna, geostatystyka, analiza skupień*

## **Streszczenie**

Opracowanie ma na celu przedstawienie metod określania zasięgu stref o podobnej cenności gruntów z wykorzystaniem metod oraz narzędzi geostatystycznych. Na podstawie danych o cenach nieruchomości gruntowych niezabudowanych przeprowadzono interpolację przestrzenną z wykorzystaniem metod krigingowych, a także dokonano estymacji cenności pojedynczych nieruchomości gruntowych. Do określenia granic zasięgu stref wykorzystano procedurę analizy skupień, z uwzględnieniem kryterium lokalizacyjnego. Określone w ten sposób granice stref zostały poddane weryfikacji na podstawie ortofotomapy i wizji terenowej. Efektem badań jest opracowanie metodyki sporządzania map cenności gruntów mogącej w znaczący sposób ułatwić analizę rynku na potrzeby gospodarki nieruchomościami.

## **1. Określanie stref jednorodnych w procesie masowej wyceny**

Masowa wycena nieruchomości jest procedurą wyceny wielu nieruchomości. Stosowana jest w sytuacji, gdy ma się do czynienia z dużą liczbą szacowanych w stosunkowo krótkim czasie nieruchomości przy wykorzystaniu narzędzi statystycznych. W Polsce masowa wycena utożsamiana jest zazwyczaj z powszechną taksacją nieruchomości usankcjonowaną w ustawie z 21 sierpnia 1997 roku o gospodarce nieruchomościami (tj. Dz. U. nr 102 z 2010 r.). Przypisuje się jej najczęściej podstawowy cel jakim jest reforma polskiego systemu podatków od nieruchomości i oparcie podstawy jego naliczenia o wartość katastralną, którą ustala się w tej wycenie. Oczywiście ważne są również cele wynikające z zakresu gospodarki przestrzennej, w tym gospodarowania nieruchomościami (szczególnie publicznymi).

Algorytmizacja procesu masowej wyceny nieruchomości wymaga określenia w miarę jednorodnych stref – obszarów, w których nieruchomości o tych samych ocenach atrybutów będą miały taką samą wartość. Ustawodawca w cytowanej powyżej ustawie nie definiuje obszarów jednorodnych (stref taksacyjnych), stwierdza jedynie, że winny być tworzone z uwzględnieniem podobnych

czynników wpływających na wartość rynkową oraz winny być wyodrębnione w taki sposób, aby jednostkowa wartość powierzchni gruntu była jednakowa.

Na przestrzeni czasu, w ramach prac badawczych i pilotażowych powstały różne koncepcje definiowania i wyznaczania stref taksacyjnych. Z analizy literatury (ADAMCZEWSKI 2006; CZOCHAŃSKI I IN. 1994; BORYS I IN. 1998; DOBSKI 1998; TELEGA I IN. 2002; TELEGA 1999; HOZER, KOKOT 2005; KURYJ 2007; SUROWIEC 2005) można wskazać wspólną koncepcję tworzenia stref jednorodnych (taksacyjnych). Podstawą jej jest rozkład cenności gruntów oraz analiza informacji pozyskiwanych z monitoringu rynku nieruchomości. Pojęcia „cenność” i „pole cenności” obszernie wyjaśnia ADAMCZEWSKI (2006), odnosząc je do przestrzeni i wskazując jednocześnie na ich specyfikę. Koncepcja tworzenia stref jednorodnych zakłada, że jest ona ciągłym obszarem gruntu ograniczonym granicami (prawnymi lub administracyjnymi), który charakteryzuje podobna cenność gruntu. Wyznaczenie takiego obszaru jest niezbędne dla potrzeb budowy modelu ekonometrycznego masowej wyceny i określenia jednostkowych wartości gruntu w strefach. Wypracowana koncepcja wydzielenia stref taksacyjnych znalazła odzwierciedlenie w rozporządzeniu Rady Ministrów z 29 czerwca 2005 r. w sprawie powszechnej taksacji nieruchomości (Dz. U. Nr 131 z 2005 r. poz. 1092). Strefa taksacyjna tam zdefiniowana to ciągły obszar gruntu, wyodrębniony ze względu na funkcję wyznaczoną w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego i ze względu na podobieństwo cech wpływających na jego wartość. Nieruchomości (działki gruntu) wykazane w ewidencji gruntów i budynków jako tereny komunikacyjne oraz grunty pod wodami tworzą odrębne strefy taksacyjne (strefy komunikacji, strefa gruntów pod wodami) w obrębie ewidencyjnym, pomimo nie zachowania ciągłości obszaru.

Z powyższych rozważań wynikają następujące zalecenia, przy wydzieleniu stref jednorodnych:

- podobna funkcja w planie miejscowym (np. funkcja główna);
- podobne czynniki (atributy nieruchomości) wpływające na wartość rynkową;
- analiza cen transakcyjnych gruntów i czynników wpływających na ich wysokość – w celu ustalenia zasięgu strefy;
- jednakowa wartość jednostkowa powierzchni gruntu;

Niezależnie od powyższych zaleceń może zachodzić potrzeba ustalenia odrębnej strefy gruntów ze względu na warunki ekologiczne, geotechniczne oraz geologiczne, a także dla gruntów pod drogami i ciekami.

Jak dotąd również nie wskazano jednolitych zaleceń, co do liczby wydzielanych stref. W większych miejscowościach teoretycznie każda dzielnica i osiedle może stanowić odrębny rynek lokalny, na którym cena jest kształtowana przez czynnik lokalizacyjny. W miejscowościach małych, które stanowią jeden spójny rynek również można zaobserwować pewne obszary, które różnią się pod względem cen i czynników je kształtujących. Tą tezę w przeprowadzonych badaniach potwierdzą Hozer i Kokot wskazując, że dla miasta rozległego i liczącego 420 tys.

mieszkańców Szczecina stref taksacyjnych powinno być ok. 500 (HOZER, KOKOT 2005). Większa liczba stref z pewnością lepiej oddaje charakterystykę wartości i cen gruntów, lecz w miarę ich zwiększania zmniejsza się liczebność informacji cenowych w strefie. Liczba stref nie powinna być więc zbyt duża, chyba że istnieje uzasadniona potrzeba ich wydzielenia. Jak z powyższego wynika, przy dokonywaniu podziału obszaru na strefy jednorodne należy znaleźć optymalną liczbę stref, która jednocześnie uwzględniłaby specyfikę danego rynku i pozwoliłaby na wnioskowanie z wykorzystaniem danych o cenach nieruchomości.

## 2. Metodyka badań

W trakcie określania granic stref o podobnej cenności gruntów wykorzystano zarówno metody geostatystyczne (analiza autokorelacji, interpolacja przestrzenna) jak i statystyczne (analiza skupień). Przyjęto następujący tok postępowania przy wyznaczaniu stref:

- 1) zgromadzenie i weryfikacja danych rynkowych,
- 2) analiza autokorelacji przestrzennej i określenie wielkości strefy,
- 3) interpolacja przestrzenna z wykorzystaniem krigingu zwykłego,
- 4) estymacja cenności jednostkowych,
- 5) analiza skupień i przyporządkowanie działek do poszczególnych stref cenności,
- 6) weryfikacja granic poszczególnych stref,
- 7) określenie cenności jednostkowych w poszczególnych strefach.

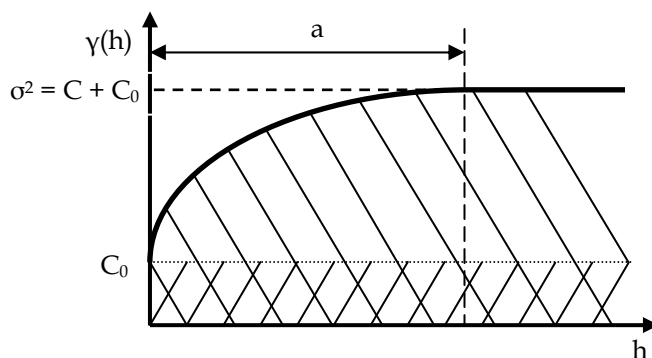
Możliwości zastosowania geostatystyki do analizy przestrzennej rynku nieruchomości przedstawione są m.in. w pracach ANSELINA (2004), HAININGA (2003) czy LEUANGHTONA (2008). Podstawą badania zależności przestrzennych może być założenie, że interakcje występujące między badanymi obiektami w przestrzeni charakteryzują się w wielu wypadkach tym, że elementy będące w pobliżu mają najczęściej więcej podobieństw niż obiekty, które są daleko od siebie. Założenie to wskazuje jednocześnie na istotę autokorelacji przestrzennej (LONGLEY I INNI 2005). Określana jest ona jako stopień skorelowania obserwowanej wartości zmiennej w danej lokalizacji z wartością tej samej zmiennej w innej lokalizacji (*Ekonometria przestrzenna* 2010). Zjawisko autokorelacji na rynku nieruchomości opisują m.in. BASU i THIBODEAU (1998), oraz ISMAIL I INNI (2008) analizując rozkład przestrzenny reszt z regresji przy pomocy semiwariogramów. Z kolei TU, SUN i YU (2007) wykorzystując zjawisko autokorelacji przestrzennej, podali zasady określania granic sąsiedztwa nieruchomości, w oparciu przede wszystkim o czynniki przestrzenne. Ponadto uzasadnili, że możliwa jest na tej samej podstawie segmentacja przestrzenna rynku mieszkaniowego.

W celu przetestowania globalnej autokorelacji przestrzennej można zastosować statystykę I Morana, obliczaną przy zastosowaniu miary podobieństwa w postaci iloczynów krzyżowych odchyleń od średniej (*Ekonometria przestrzenna* 2010, JANC 2006). Wartość bliska zero statystyki I Morana oznacza brak autokorelacji, ujemne

wartości oznaczają ujemną autokorelację tj. występowanie różnych wartości koło siebie, natomiast wartości dodatnie oznaczają dodatnią autokorelację, co oznacza występowanie skupisk (klastrów) przestrzennych.

Strukturę zmienności zmiennej charakteryzującej się autokorelacją przestrzenną charakteryzuje funkcja nazywana wariogramem, definiowanym jako wariancja zmiennej, której wartościami są różnice realizacji analizowanego zjawiska w różnych lokalizacjach w przestrzeni (*Ekonometria przestrzenna* 2010). Ze względu na to, że każda para lokalizacji przestrzennych jest brana pod uwagę dwukrotnie, dla opisu zróżnicowania wartości zmiennej w zależności od odległości punktów pomiaru analizuje się semiwariogram, który określany jest jako połowa wariogramu.

Funkcja semiwariogramu, powstała przez naniesienie na wykres wartości semiwariancji zależnej od odległości  $h$ , w syntetyczny sposób opisuje strukturę zmienności w badanej zbiorowości. Charakterystyka przebiegu funkcji semiwariogram wskazuje, jak szybko wzajemne oddziaływanie zmiennych zmniejsza się wraz z odległością (rys. 1).



**Rys. 1.** Charakterystyka przebiegu semiwariogramu.

$\gamma(h)$  - semiwariancja

$h$  - odległość

$C_0$  - „efekt samorodka”

$C$  - wartość progowa

$a$  - zasięg oddziaływania (rozmiar strefy jednorodnej)

*Źródło:* opracowanie własne.

Analiza semiwariogramu empirycznego pozwala na przeprowadzenie opisu jakościowego prawidłowości występujących w zróżnicowaniu wartości analizowanego parametru. Jednakże, aby możliwe było przeprowadzenie opisu ilościowego konieczne jest przybliżenie semiwariogramu empirycznego prostymi funkcjami matematycznymi wykorzystując np. model sferyczny, model wykładniczy lub model Gaussa (ANSELIN 2004).

Kiedy semiwariogram osiąga swoją wartość ograniczającą, czyli tzw. wariancję progową, nie istnieje korelacja między odległymi wartościami „próbek”. Odległość odpowiadająca wariancji progowej stanowi zasięg oddziaływania semiwariogramu, który może jednocześnie określać rozmiar strefy jednorodnej lub „średnicę sąsiedztwa” (NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA 2006). Granica zasięgu oddziaływania semiwariogramu może być ważną wskazówką dotyczącą rozmiaru jednorodnej strefy cenowej i co się z tym wiąże, może w przybliżeniu określać liczbę stref na danym obszarze miejskim.

Semiwariogram i jego przebieg będzie stanowił podstawę interpolacji przestrzennej metodami krigingowymi. Kriging stanowi estymator nieobciążony i jest jednocześnie najbardziej efektywnym w klasie estymatorów liniowych (ANSELIN 2004). Estymatorem krigingu jako funkcji losowej jest średnia ważona:

$$X^* = \sum_{i=1}^N \lambda_i X(s_i) \quad (1)$$

Wagi przydzielone próbkom nazywane są współczynnikami krigingu a ich wartości zmieniają się odpowiednio do zmiany obszaru próbkowania i przebiegu przestrzennych zmian oszacowanej zmiennej. Wagi są tak dobierane, aby błąd średniokwadratowy czyli tzw. wariancja krigingu była minimalna. Błąd ten może być obliczany dla każdego obszaru próbkowania i konfiguracji obszaru estymacji (*Ekonometria przestrzenna* 2010).

Estymator współczynników wagowych jest wyznaczony przy założeniu minimalizacji warunkowej funkcji celu (wariancji krigingu), co można przedstawić w postaci układu równań krigingu zwykłego (ANSELIN 2004):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \eta = \gamma(s_0 - s_i), & i = 1, 2, \dots, N, \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

- $\gamma(s_i - s_j)$  - to wartość semiwariogramu dla odcinków łączących punkty pomiarów  $s_i$  i  $s_j$ ,
- $\gamma(s_0 - s_i)$  - stanowi wartość semiwariogramu dla wszystkich odcinków łączących punkt pomiaru  $s_i$  z blokiem obliczeniowym  $s_0$ ,
- $\eta$  - stanowi tzw. mnożnik Lagrange'a.

Po dokonaniu interpolacji przestrzennej przy pomocy krigingu możliwa jest estymacja szukanej wartości w dowolnym punkcie analizowanego obszaru. Procedura ta pozwala na oszacowanie cenności jednostkowej gruntów osobno dla każdej działki, przy czym punktem  $s_0$ , w którym następuje estymacja cenności może być np. centroid dowolnej działki położonej na obszarze badawczym.

Dysponując danymi dotyczącymi cenności jednostkowych poszczególnych działek można podjąć próbę ich pogrupowania w strefy, gdzie głównym kryterium przynależności do danej grupy (skupienia) może być określony poziom cenności oraz podobna lokalizacja. W tym celu, na potrzeby badań zastosowano analizę skupień metodą k-średnich.

Analiza skupień jest jedną z procedur stosowaną przy wykrywaniu grup (klas) danych. Służy ona do podziału danego zbioru na rozłączne podzbiory według określonej miary podobieństwa identyfikowanej z odległością pomiędzy obiektami. W metodzie tej grupowanie polega na wstępnym podzieleniu populacji na z góry założoną liczbę skupień (w tym przypadku jednorodnych stref cenności). Liczba skupień uzależniona będzie od rozmiaru pojedynczej strefy określonej przy pomocy analizy semiwariogramu. Algorytm metody k-średnich polega na przenoszeniu obiektów ze skupienia do skupienia w celu zminimalizowania zmienności wewnątrz skupień i zmaksymalizowania zmienności między skupieniami. Wymaga on jednocześnie, aby wszystkie zmienne, użyte podczas analizy, były zmiennymi ilościowymi, a podobieństwo między obserwacjami będzie mierzone za pomocą odległości np. euklidesowej. W przypadku, gdy cenność gruntów wyrażona jest w zł/m<sup>2</sup>, natomiast lokalizacja przy pomocy współrzędnych  $x$ ,  $y$ , należy przed przystąpieniem do analiz przeprowadzić procedurę normalizacji przyjętych zmiennych. Na potrzeby badań jako podstawę normalizacji przyjęto odchylenie standardowe.

Po zrealizowaniu procedury analizy skupień granice wygenerowanych stref należy dopasować do lokalnych uwarunkowań, biorąc przede wszystkim pod uwagę zapisy w planie zagospodarowania przestrzennego bądź studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania a także czynniki naturalne i antropogeniczne.

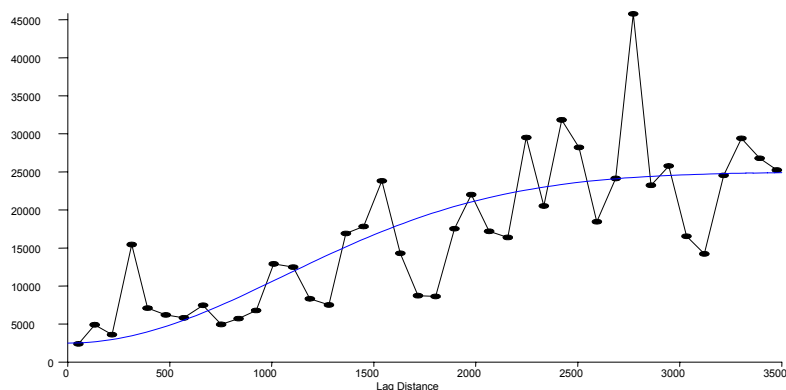
Po weryfikacji granic stref pozostaje wyznaczenie cenności jednostkowej dla strefy, jako średniej ważonej powierzchnią poszczególnych działek. W efekcie powstaje mapa przedstawiająca granicę jednorodnych stref cenności gruntów wraz z podaniem średniej cenności w każdej strefie

#### **4. Badania własne**

Podstawę analiz stanowiły dane o transakcjach nieruchomościami gruntowymi niezabudowanymi pochodzące z rejestru cen i wartości nieruchomości prowadzonego przez Urząd Miasta Olsztyna. Do analizy przyjęto 309 transakcji nieruchomościami o funkcji mieszkaniowej, które zostały zawarte w latach 2008-2010. W wyniku weryfikacji danych pominięto transakcje, co do których pojawiły się wątpliwości odnośnie rynkowego charakteru. Dla każdej działki, określono współrzędne centroidu, przyjmując jednocześnie, że cenność określana będzie dla tych właśnie punktów.

W celu określenia autokorelacji przestrzennej wyznaczono globalną statystykę I Morana oraz wyznaczono semiwariogram empiryczny wraz z dopasowanym modelem teoretycznym. Statystyka I Morana dla analizowanych danych wyniosła

0,237. Dodatnia autokorelacja oznacza w tym przypadku występowanie klastrów wartości podobnych (wysokich lub niskich). Występowanie autokorelacji przestrzennej potwierdza również przebieg semiwariogramu empirycznego (rys. 2), wskazującego na wzrost wariancji (semiwariancji) cen wraz ze wzrostem odległości między centroidami działek stanowiących przedmiot transakcji



**Rys. 2.** Semiwariogram izotropowy cen transakcyjnych z dopasowanym modelem Gaussa (dla obszaru miasta Olsztyna). Źródło: opracowanie własne.

Funkcją teoretyczną najlepiej opisującą przebieg semiwariogramu okazał się model Gaussa określony przy pomocy formuły:

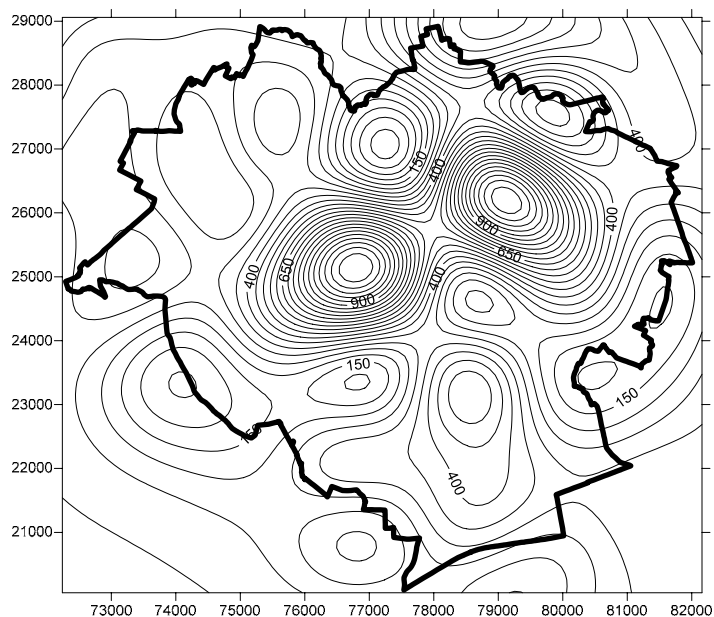
$$\gamma(|h|) = C \left[ 1 - \exp\left(\frac{-3|h|}{a}\right) \right] \quad (3)$$

Zasięg semiwariogramu „a” wyniósł ok. 1800 m, co pozwala przyjąć hipotezę, że tyle może wynosić „granica podobieństwa” lokalizacyjnego nieruchomości gruntowych i tym samym może to odpowiadać średniemu rozmiarowi pojedynczej strefy jednorodnej. Biorąc pod uwagę powierzchnię miasta wynoszącą 88,33 km<sup>2</sup>, oraz średni rozmiar strefy, w mieście można wyodrębnić ok. 35 stref jednorodnych.

Na podstawie przygotowanych danych, oraz określonego modelu teoretycznego semiwariogramu dokonano interpolacji przestrzennej cenności gruntów wykorzystując kriging zwyczajny (rys. 4). Zgodnie z oczekiwaniami najwyższa cenność dotyczyła centralnych części miasta, gdzie ceny jednostkowe sięgały pułapu 2000 zł/m<sup>2</sup>, na osiedlach peryferyjnych zaś cenność w wyniosła w niektórych przypadkach, nawet nieco poniżej 150 zł/m<sup>2</sup>.

W efekcie przeprowadzonej interpolacji przestrzennej uzyskano możliwość estymacji cenności gruntów w każdym punkcie analizowanego obszaru. Predykcję

cenności przeprowadzono dla centroidów wszystkich działek znajdujących się na obszarze miasta Olsztyna.



**Rys. 4.** Wyniki interpolacji przestrzennej cen transakcyjnych przy wykorzystaniu krigingu zwykłego. Źródło: opracowanie własne.

Określony w ten sposób rozkład przestrzenny cenności gruntów zakłada jednocześnie ciągłość jej zmian na analizowanym obszarze. W celu wyodrębnienia jednorodnych stref cenowych zastosowano analizę skupień metodą k-średnich. Metoda ta wymaga określenia liczby skupień, którą określono już uprzednio na podstawie zasięgu semiwariogramu. Podstawę grupowania stanowiły trzy zmienne:  $x$ ,  $y$  i cenność wyestymowana metodą krigingu w punktach stanowiących centroidy działek.

Przed przeprowadzeniem analiz, przeprowadzono procedurę standaryzacji przyjętych zmiennych przy pomocy następujących formuł:

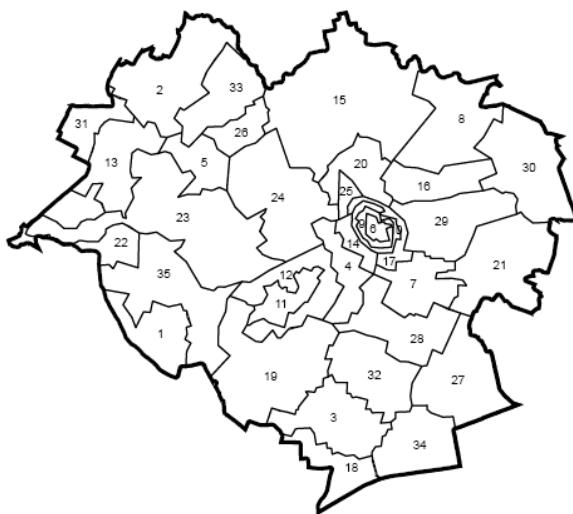
$$\text{Std } x_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma_x} \quad \text{Std } y_i = \frac{(y_i - \bar{y})}{\sigma_y} \quad \text{Std } v_i = \frac{(v_i - \bar{v})}{\sigma_v} \quad (4)$$

gdzie  $x_i$ ,  $y_i$  stanowią współrzędne centroidów działek natomiast  $v_i$  stanowi wyestymowaną przy pomocy krigingu cenność gruntów.



Do wyznaczenia odległości między poszczególnymi skupieniami przyjęto odległość euklidesową

W rezultacie zastosowania algorytmu metody k-średnich wyznaczono 35 skupień (klastrow), w których wystąpiło możliwie niewielkie zróżnicowanie cenności a jednocześnie średnia cenność w każdym skupieniu różniła się istotnie od skupień sąsiedzkich. Po przeprowadzonej analizie skupień stwierdzono, że nie każde zgrupowanie działek stanowi obszar ciągły, stąd dokonano generalizacji przebiegu granic stref (rys. 5).



**Rys. 5.** Wyniki analizy skupień – podział na strefy cenności gruntów.

*Źródło:* opracowanie własne

Określone w ten sposób granice stref mają jedynie przybliżony charakter i nie uwzględniają uwarunkowań przestrzennych, planistycznych, układu komunikacyjnego itp. W celu ustalenia rzeczywistego przebiegu granic stref cenności gruntów dokonano wizji terenowej, a także posłużono się ortofotomapą ([www.geoportal.gov.pl](http://www.geoportal.gov.pl)).

Przy ostatecznej weryfikacji granic przebiegu stref uwzględniono m. in. funkcję dominującą w planie zagospodarowania przestrzennego, sposób użytkowania gruntów, dominujący typ i intensywność zabudowy, układ komunikacyjny, a także czynniki naturalne i walory środowiskowe (np. występowanie lasów, jezior itp.).

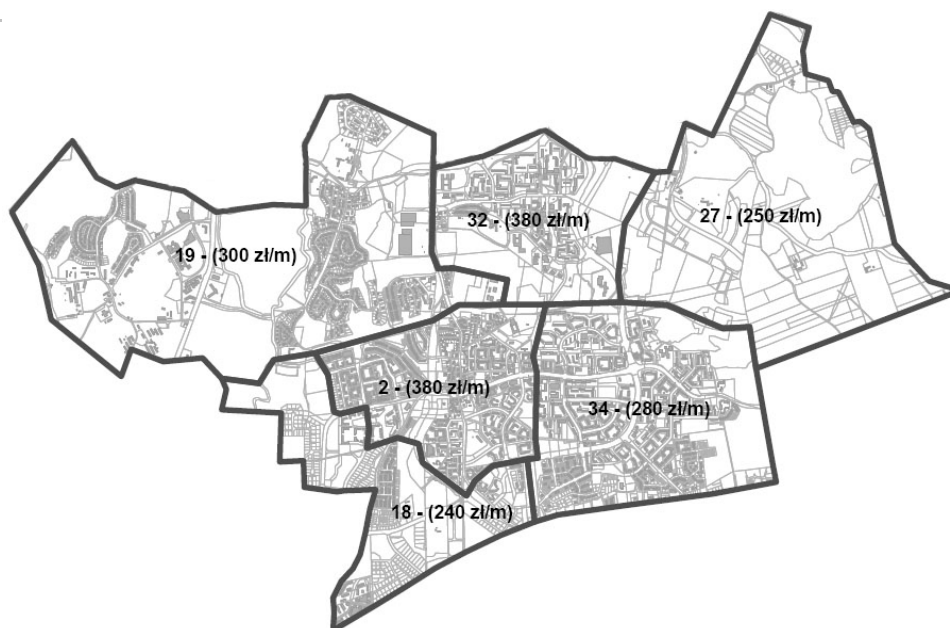
Po ostatecznym ustaleniu granic przebiegu stref, określono dla każdej strefy charakterystykę cenności gruntów wraz z podaniem podstawowych statystyk.

Cenność w każdej ze stref wyznaczono na podstawie średniej ważonej powierzchni i zaokrąglono do pełnych 10 zł/m<sup>2</sup>. Fragment opracowanej w ten sposób mapy cenności dla miasta Olsztyna przedstawiony jest na rysunku 8.

W każdej ze stref wskazano na mapie nr strefy (nr skupienia) oraz, w nawiasie, średnią cenność 1m<sup>2</sup> gruntów dla dominującej w danej strefie funkcji planistycznej.

## 5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania potwierdziły przydatność metod geostatystycznych i analizy skupień do określania stref o jednakowej cenności gruntów. Opracowanie mapy cenności z podziałem na jednorodne strefy ma wielorakie znaczenie gospodarcze. Na jej podstawie można będzie m.in.:



**Rys. 8.** Fragment mapy cenności gruntów dla miasta Olsztyna (część południowa).

*Źródło:* opracowanie własne.

- realnie określić wartość mienia Skarbu Państwa, jednostek samorządu terytorialnego i ich związków;
- podejmować czynności administracyjne w aspekcie aktualizacji opłat za udostępnianie nieruchomości z zasobów publicznych oraz naliczania opłat adiacenckich i planistycznych;
- ułatwić osobom fizycznym i prawnym racjonalne gospodarowanie i zarządzanie swoimi nieruchomościami;
- wspomagać procedurę masowej wyceny nieruchomości i usprawnić proces kontroli ustalonej wartości w tym postępowaniu;
- zapewnić sprawiedliwą podstawę wymiaru podatku od nieruchomości;

– usprawnić proces kredytowania, ubezpieczania nieruchomości, itp.

Oprócz wykazanych celów doraźnych można wymienić szereg celów długofalowych wprowadzenia mapy wartości gruntów. W szczególności, należy podkreślić takie cele długofalowe, jak tworzenie ekonomicznych przesłanek decyzji planistycznych, tworzenie przesłanek rozwoju obszarów i inwestowania, oraz umożliwienie dla szerszego grona osób zainteresowanych pozyskiwania informacji o przeciętnych wartościach obszarów i nieruchomości, poprzez ich publikowanie (np. w internecie).

## 6. Literatura

- ADAMCZEWSKI Z., 2006, *Elementy modelowania matematycznego w wycenie nieruchomości. Podejście porównawcze*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej
- ANSELIN L., 2004, *Advances in spatial econometrics*, Springer, Berlin.
- BASU S., THIBODEAU T. G., 1998, *Analysis of spatial autocorrelation in housing prices*, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17.
- BORYS K., BORYS W., MECHA E. 1998. *Zarys technologii wykonania taksacji powszechnej nieruchomości w mieście Pabianice*. Mat. Konferencji Naukowo-Technicznej nt.: SIT – taksacja „Wykorzystanie zintegrowanego SIT dla eksperymentalnego wdrożenia powszechnej wyceny nieruchomości w mieście Pabianice. Pabianice.
- CZOCHAŃSKI M., T. KOŚKA, G KOWALSKI, S. PRZEWŁOCKI. 1994. *Tworzenie i prowadzenie mapy stref taksacyjnych gruntów*. Mat. Konferencji Naukowo-Technicznej nt. Automatyzacja procesu pozyskiwania danych i tworzenie mapy cyfrowej. Wyd. Instytut Geodezji i Fotogrametrii ART., Olsztyn – Kikity.
- DOBRSKI T. 1998. *Praktyczne doświadczenia w strefowaniu miast*. Mat. Konferencji Naukowo-Technicznej nt.: SIT – taksacja „Wykorzystanie zintegrowanego SIT dla eksperymentalnego wdrożenia powszechnej wyceny nieruchomości w mieście Pabianice. Pabianice.
- Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, Red. B. Suchecki, 2010, C.H. Beck, Warszawa
- HAINING R., 2003, *Spatial analysis of regional geostatistics data*, Cambridge University Press.
- HOZER J, KOKOT S., 2005. Problemy powszechnej taksacji nieruchomości w Polsce. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego Nr 415. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki*. Uniwersytet Szczeciński. Szczecin
- ISMAIL S., IMAN A., KAMARUDDIN N., MOHD H., 2008, *Spatial autocorrelation in hedonic model: Empirical evidence from Malaysia*, *International Real Estate Symposium, Benchmarking, Innovating and Sustaining Real Estate Market Dynamics*, Kuala Lumpur, Malaysia
- JOHNSTON K., VER HOEF J. M., KRIVORUCHKO, LUCAS N., 2001, *Using ArcGIS Geostatistical Analyst*, ESRI, New York
- JANC K., 2006, *Zjawisko autokorelacji przestrzennej na przykładzie statystyki I Morana oraz lokalnych wskaźników zależności przestrzennej (LISA) – wybrane zagadnienia*

- metodyczne*, (w:) Komornicki T., Podgórski Z., (red.) Idee i praktyczny uniwersalizm geografii, Dokumentacja Geograficzna nr 33, IGiPZ PAN, Warszawa
- KURYJ J. 2007, Metodyka wyceny masowej nieruchomości na bazie aktualnych przepisów prawnych. Wycena Nr 4(81). Educaterra. Olsztyn
- LEUANGTHONG O., KHAN K. D., DEUTSCH C. V., 2008, *Solved problems in geostatistics*, John Wiley & Sons.
- LONGLEY P., GOODCHILD M., MAGUIRE D., RHIND D., 2005, *Geographic Information Systems and Science*, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester
- NAMYŚŁOWSKA-WILCZYŃSKA B., 2006, *Geostatystyka. Teoria i zastosowania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej
- STACH A., 2009, *Analiza i modelowanie struktury przestrzennej*, GIS - platforma integracyjna geografii, pod red. Z. Zwolińskiego, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań.
- SUROWIEC G., 2005, *Analizy geodezyjno-przestrzenne w badaniach rynku nieruchomości*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska
- TELEGA T. 1999. *Taksacja nieruchomości – m. Mikstat*. Mat. VIII Konferencji Naukowo-Technicznej z cyklu Kataster nieruchomości., nt.: Od ewidencji gruntów do katastru nieruchomości, Kalisz.
- TELEGA T., BOJAR Z., ADAMCZEWSKI Z., 2002, *Wytyczne przeprowadzenia powszechnej taksacji nieruchomości*, Przegląd Geodezyjny nr 6, 6-11.
- TU Y., SUN H., YU S., 2007, *Spatial autocorrelations and urban housing market segmentation*, Journal of Real Estate Financial and Economy, 34, Springer Science, LLC

## DEFINING THE LAND VALUE ZONES WITH USE OF GEOSTATISTICAL METHODS

**Radosław Cellmer, Jan Kuryj**

*Department of Land Management and Regional Planning  
University of Warmia and Mazury in Olsztyn  
e-mail: cellmer@uwm.edu.pl, jkuryj@uwm.edu.pl*

**Key words:** *value map, spatial autocorrelation, geostatistics, cluster analysis*

### **Abstract**

Study has on aim the performance of methods of defining the range of land value zones with the use of geostatistical methods and tools. On the basis of data concerning prices of building plots, spatial interpolation was conducted with use of kriging method and estimation of individual plots value was executed. For the determining spatial range of zones cluster analysis was used with regarding of

localization. Defined in this way borders of zones were verified on the basis of ortofotomapa and field inspection. The effect of investigation is development of method of land value map creation which may be helpful for real estate market analysis for the purpose of land management.

# OCENA ALGORYTMÓW WYCENY NIERUCHOMOŚCI W PODEJŚCIU PORÓWNAWCZYM

**Edward Sawiłow**

*Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu*

*Katedra Gospodarki Przestrzennej*

e-mail: *e.sawilow@wp.pl*

**Słowa kluczowe:** *nieruchomość, wycena, podejście porównawcze.*

## **Streszczenie**

W artykule przedstawiono oceny algorytmów wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym. Podano niezbędne wzory na określenie wartości nieruchomości w podejściu porównawczym. Przeprowadzono analizę proponowanych algorytmów. Wskazano słabe strony tych algorytmów i zaproponowano nowe podejście do niektórych ich fragmentów. W części praktycznej określono wartość nieruchomości dla wybranego fragmentu rynku nieruchomości z wykorzystaniem proponowanych rozwiązań.

## **1. Wprowadzenie**

Podejście porównawcze jest jednym z podstawowych podejść stosowanym do określenia wartości rynkowej nieruchomości. Podstawą określenia wartości w tym podejściu jest macierz cech charakteryzująca lokalny rynek nieruchomości. Cechy mają charakter cech jakościowych lub ilościowych. W artykule zwrócono uwagę na znaczenie poprawności danych wejściowych, w rozważanych algorytmach wyceny nieruchomości. W dotychczasowej praktyce wyceny nieruchomości przyjmuje się skalowanie liniowe wszystkich cech. W artykule przedstawiono propozycje skalowania nieliniowego cech i ich wpływu na wartość nieruchomości. Kolejnym istotnym problemem w algorytmie wyceny nieruchomości jest ustalenie wpływu poszczególnych cech na wartość nieruchomości. Odbywa się to poprzez ustalenie wag cech. Stosownych w tym elemencie algorytmu wyceny jest kilka metod. Ocenie poddano metody: *ceteris paribus*, preferencji nabywców, statystyczne, w szczególności analizę macierzy korelacji, współczynnika zmienności. W podejściu porównawczym stosuje się trzy metody: porównywania parami, korygowania ceny średniej i analizy statystycznej rynku. Metoda analizy statystycznej rynku nie została ujęta w obowiązujących standardach, w podejściu porównawczym i dlatego tylko krótko została zasygnalizowana w dalszych rozważaniach. Oprócz wymienionych wyżej metod, ocenie w prezentowanym artykule, poddano metodę proponowaną dla potrzeb powszechnej taksacji nieruchomości. Jest to metoda, która zdaniem autora, mieści się w podejściu porównawczym. Formuła matematyczna tej metody jest identyczna z formułą

metody korygowania ceny średniej, różnice wynikają jedynie z różnego sposobu obliczenia wag cech i współczynników korygujących. Badania empiryczne oceny wybranych fragmentów algorytmów wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym przeprowadzono na obiekcie testowym.

## 2. Podstawy teoretyczne

Podejście porównawcze jest procesem, w wyniku, którego określona zostaje wartość nieruchomości przy założeniu, że wartość ta odpowiada cenom, jakie uzyskano za nieruchomości podobne, które były przedmiotem obrotu rynkowego. W podejściu porównawczym zakłada się, że wartość rynkowa nieruchomości jest funkcją cen transakcyjnych i cech nieruchomości podobnych do wycenianej.

W podejściu porównawczym jedną z pierwszych czynności jest opis i charakterystyka nieruchomości wycenianej. Następnie definiuje się rynek lokalny i ustala zbiór nieruchomości podobnych do wycenianej oraz ustalenie zbioru atrybutów rynkowych mających wpływ na wartość nieruchomości. Atrybuty rynkowe nieruchomości są to w szczególności ich właściwości lokalizacyjne, fizyczne, techniczne i użytkowe, dla których można określić ich wpływ na wartość rynkową. Atrybuty mają charakter cech ilościowych i jakościowych. Zdefiniowany, lokalny rynek nieruchomości można opisać w następującej postaci macierzowej  $\mathbf{R} = [\mathbf{T}|\mathbf{A}|\mathbf{C}]$ , gdzie:  $\mathbf{T} = [t_{ij}]_{n \times 1}$  jest kolumnowym wektorem dat transakcji,  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times m}$  jest macierzą atrybutów nieruchomości,  $\mathbf{C}^* = [c_{ij}^*]_{n \times 1}$  jest wektorem jednostkowych cen transakcyjnych. Po ustaleniu zbioru istotnych atrybutów nieruchomości na lokalnym rynku opisujemy wycenianą nieruchomość przy pomocy tych atrybutów. Opis wycenianej nieruchomości można przedstawić w postaci  $\mathbf{N}^* = [aw_{ij}]_{1 \times m}$

Do wyceny przyjmuje się informacje o cenach transakcyjnych pochodzących z umów zawartych w formie aktów notarialnych<sup>1</sup>. Rzeczoznawca powinien każdorazowo dokonać wiarygodności cen w nich zawartych z punktu widzenia możliwości ich wykorzystania jako podstawy wyceny. Ceny transakcyjne z aktów notarialnych należy zaktualizować na dzień wyceny mając na uwadze, że zmiany cen na rynku nieruchomości z reguły nie pokrywają się z inflacją. Wzór, według którego można zaktualizować jednostkowe ceny transakcyjne na dzień wyceny może mieć postać

$$c_i = c_i^* \cdot (1 + wp \cdot \Delta t_i) \quad (1)$$

gdzie:

---

<sup>1</sup> Nota interpretacyjna nr 1. Zastosowanie podejścia porównawczego w wycenie nieruchomości”

- $c_i$  - jednostkowa cena zaktualizowana  $i$ -tej nieruchomości,  
 $c_i^*$  - jednostkowa cena transakcyjna  $i$ -tej nieruchomości,  
 $\Delta t_i$  - odstęp czasu pomiędzy data transakcji  $i$ -tej nieruchomości a datą wyceny (wyrażony w jednostkach czasu, np. w miesiącach),  
 $wp$  - współczynnika zmiany ceny nieruchomości w jednostce czasu.

Współczynnik zmiany cen może być obliczony w różny sposób. Jednym z najczęściej stosowanych sposobów jest podany w standardach. Dla kilku par nieruchomości obliczamy współczynniki, według wzoru:

$$wp_i = (cp_i - cw_i) \cdot (cw \cdot \Delta t_i^*)^{-1} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2)$$

gdzie:

- $wp_i$  - współczynnika zmiany ceny  $i$ -tej pary nieruchomości w jednostce czasu,  
 $cw$  - cena nieruchomości sprzedanej wcześniej,  
 $cp$  - cena nieruchomości sprzedanej później,  
 $\Delta t_i^*$  - odstęp czasu pomiędzy transakcjami (np. w miesiącach),

Jako ostateczna wartość współczynnika zmiany cen przyjmuje się najczęściej średnią arytmetyczną, według wzoru:

$$wp = \left( \sum_{i=1}^{i=k} wp_i \right) \cdot k^{-1} \quad (3)$$

Ten sposób obliczania współczynnika jest bardzo wrażliwy na odstęp czasu pomiędzy transakcjami i dlatego zdaniem autora lepszym sposobem jest obliczenie wartości  $wp$  jako średniej ważonej, według wzoru:

$$wp = \left( \sum_{i=1}^{i=k} \Delta t_i^* \cdot wp_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^{i=k} \Delta t_i^* \right)^{-1} \quad (4)$$

W powyższym wzorze wagami są odstęp czasu pomiędzy transakcjami w  $i$ -tych parach. W tej metodzie aktualizacji cen zakłada się liniową zmianę cen względem ceny transakcyjnej. Jeśli jednak założymy stały wzrost procentowy cen w stosunku do poprzedniego okresu, to wówczas formuła aktualizacyjna przyjmuje postać:

$$c_i = c_i^* \cdot (1 + wp^*)^{\Delta t_i} \quad (5)$$

Współczynnik zmiany cen dla  $i$ -tej pary można obliczyć według wzoru:



$$wp_i^* = \sqrt[k]{\frac{cp_i}{cw_i}} - 1 \quad (6)$$

Jako ostateczna wartość współczynnika zmiany cen przyjmuje się najczęściej średnia arytmetyczną, według wzoru:

$$wp^* = \left( \sum_{i=1}^{i=k} wp_i^* \right) \cdot k^{-1} \quad (7)$$

Powyższy sposób obliczania współczynnika jest bardzo wrażliwy na odstęp czasu pomiędzy transakcjami i dlatego lepszym sposobem jest obliczenie wartości  $wp$  jako średniej ważonej, według wzoru:

$$wp^* = \left( \sum_{i=1}^{i=k} \Delta t_i^* \cdot wp_i^* \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^{i=k} \Delta t_i^* \right)^{-1} \quad (8)$$

Do aktualizacji cen transakcyjnych można wykorzystać funkcję regresji liniowej jednej zmiennej. Zmienną tą jest czas. Metoda regresji liniowej jednej zmiennej opisana jest w wielu publikacjach (zob. DRAPER, SMITH 1973). Inne metody aktualizacji cen znaleźć można w pracach (zob. BITNER 2003, ZELIAŚ 1997). Model regresji liniowej można zapisać w postaci:

$$C = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \xi \quad (9)$$

gdzie:

$C$	-	cena jednostkowa nieruchomości,
$t$	-	zmienna niezależna (czas),
$\beta_0, \beta_1$	-	parametry modelu,
$\xi$	-	składnik losowy.

Parametry powyższej funkcji estymowano metodą najmniejszych kwadratów. Aktualizację cen transakcyjnych przeprowadzono według wzoru:

$$c_i = c_i^* - \hat{y}(t_i) + \hat{y}(tw) \quad (10)$$

gdzie:

$t_i$	-	data transakcji $i$ -tej nieruchomości,
$tw$	-	data, na którą zaktualizowano cenę,
$\hat{y}(t_i)$	-	wartość estymowana na podstawie funkcji w chwili $t_i$ ,
$\hat{y}(tw)$	-	wartość estymowana na podstawie funkcji w dacie wyceny.

Funkcja regresji może być wykorzystana do ustalenia współczynnika  $wp$ , według wzoru:

$$wp = \left( \hat{y}(\max_i t_{ij}) - \hat{y}(\min_i t_{ij}) \right) \cdot \left( \hat{y}(\min_i t_{ij}) \cdot (\max_i t_{ij} - \min_i t_{ij}) \right)^{-1} \quad (11)$$

Cechy opisujące atrybuty nieruchomości mają charakter ilościowy i jakościowy. Cechom jakościowym musimy nadać wartości liczbowe w przyjętej skali. W praktyce najczęściej stosowana jest skala liniowa. W metodzie tej zakłada się, że przyrosty cen na jednostkę skali są stałe. W rzeczywistości tak być nie musi. Dlatego w poniżej przedstawiono propozycję skalowania nieliniowego. Algorytm skalowania nieliniowego przedstawiono poniżej

- 1) Dzielimy  $j$ -ty atrybut na  $k$  przedziałów klasowych.
- 2) Grupujemy nieruchomości w wyodrębnionych przedziałach klasowych i obliczamy w każdym z nich ceny średnie  $Csr_{jk}$ .
- 3) Korzystając z podanych niżej wzorów ustalamy wartości dla przyjętych skal cech w poszczególnych przedziałach klasowych.

$$s_{jk} = 1 + (\max_j s_{jk} - 1) \cdot \left( Csr_{jk} - \min_j Csr_{jk} \right) \cdot \left( \max_j Csr_{jk} - \min_j Csr_{jk} \right)^{-1} \quad (12)$$

gdzie:

$s_{jk}$  - wartość dla  $j$ -tego atrybutu w  $k$ -tym przedziale skali,

Po ustaleniu wartości liczbowych wszystkich atrybutów, w przyjętej skali punktowej otrzymamy dane wyjściowe do określenia wartości nieruchomości w podejściu porównawczym. Lokalny rynek nieruchomości opisać można w następującej postaci macierzowej.  $\mathbf{R} = [X|\mathbf{C}]$ , gdzie  $X = [x_{ij}]_{n \times m}$  jest macierzą atrybutów nieruchomości,  $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{n \times 1}$  jest wektorem jednostkowych zaktualizowanych cen transakcyjnych. Opis wycenianej nieruchomości można przedstawić w postaci macierzy  $\mathbf{N} = [xw_{ij}]_{n \times m}$ .

Powyższe dane charakteryzujące lokalny rynek nieruchomości, stanowią podstawę do określenia wartości nieruchomości. Tematyką wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym zajmowało się wielu autorów (ADAMCZEWSKI 2006, CZAJA 2001, PRYSTUPA 2003, SAWIŁOW 2008).

Bardzo ważnym, elementem algorytmu wyceny w podejściu porównawczym, mającym istotny wpływ na określenie wartości nieruchomości, jest ustalenie wag cech rynkowych. Wagi cech ilustrują wpływ poszczególnych cech na rozstęp cen na lokalnym rynku nieruchomości (SAWIŁOW 2004a). Określanie wag cech rynkowych polega na pomiarze oddziaływania tych cech na ceny nieruchomości. Wagi cech rynkowych ustala się na podstawie:

- 1) analizy bazy danych o cenach i cechach nieruchomości,

- 2) przez analogie do podobnych rodzajowo i obszarowo rynków lokalnych,
- 3) badania preferencji potencjalnych nabywców nieruchomości.

Analityczny sposób określania wag cech rynkowych, zgodnie z dotychczasową praktyką, polega na zastosowaniu następującej procedury :

- 1) obliczenie różnicy pomiędzy ceną maksymalną  $\max_j c_{ij}$  a ceną minimalną

$\min_j c_{ij}$  na tym rynku według wzoru:

$$\Delta c = \max_j c_{ij} - \min_j c_{ij} \quad (13)$$

- 2) utworzenie par nieruchomości różniących się, tylko jedną cechą rynkową,
- 3) ustalenie wpływu poszczególnych cech rynkowych na ceny według wzorów:

$$wg_{jl} = (c_{jl_s} - c_{jl_k}) \cdot (\Delta c)^{-1} \quad (14)$$

$$wg_j = \left( \sum_{l=1}^{l=z} wg_{jl} \right) \cdot z^{-1} \quad (14a)$$

gdzie:

$c_{j_l_s}, c_{j_l_k}$  - ceny nieruchomości różniących się tylko jedną cechą.

Cechy rynkowe nieruchomości mają charakter lokalny, a nie uniwersalny. Wagi ich określa się dla przyjętego rynku lokalnego np. miasta, dzielnicy. Odnoszą się do konkretnego rodzaju nieruchomości. Podany wyżej sposób jest bardzo trudny do realizacji w praktyce. Innymi analitycznymi metodami ustalania wag cech rynkowych są metody oparte na macierzy korelacji pomiędzy cechami i zaktualizowanymi cenami nieruchomości.

Wagi cech nieruchomości powinny być standaryzowane do jedności. Wagi cech, można wyznaczyć według wzorów:

$$wg_j = (|r_j|) \cdot \left( \sum_{j=1}^m |r_j| \right)^{-1} \quad (15)$$

$$wg_j = (r_j^2) \cdot \left( \sum_{j=1}^m r_j^2 \right)^{-1} \quad (16)$$

Do ustalenia współczynników wagowych cech nieruchomości można wykorzystać również współczynnik zmienności obliczany według wzoru:

$$wg_j = \left( \sum_{i=1}^n x_{ij} \right) \cdot (n \cdot \sigma_j)^{-1} \quad (17)$$

Podane wyżej formuły analityczne pozwalają na ustalenie współczynników wagowych na podstawie przyjętego zbioru nieruchomości charakteryzujących lokalny rynek nieruchomości. Pozostałe dwie metody wyznaczania współczynników wagowych są oderwane od przyjętego zbioru nieruchomości. Po wyznaczeniu współczynników wagowych jedną z opisanych wyżej metod przystępujemy do określenia wartości nieruchomości metodą porównywania parami i korygowania ceny średniej. W pierwszej kolejności omówimy metodę porównywania parami. W tej metodzie wybieramy ze zbioru nieruchomości opisujących rynek lokalny od 3 do 5 nieruchomości najbardziej podobnych do nieruchomości wycenianej. Podobieństwo można ustalić subiektywnie według wiedzy rzeczoznawcy lub analitycznie według podanej niżej propozycji. Dla wszystkich nieruchomości z rynku lokalnego obliczamy współczynniki:

$$d_i = \sum_{j=1}^m x_{ij} \quad (18)$$

lub

$$d_j = \sum_{j=1}^m wg_j \cdot x_{ij} \quad (19)$$

Podobne współczynniki obliczamy dla wycenianej nieruchomości:

$$dw = \sum_{j=1}^m xw_j \quad (20)$$

lub

$$dw = \sum_{j=1}^m wg_j \cdot xw_j \quad (21)$$

Ze zbioru wszystkich nieruchomości przyjętych do analizy wybieramy te nieruchomości, dla których  $|dw - d_j| = \min$ .

W metodzie porównywania parami, po wybraniu od 3 do 5 nieruchomości w podany wyżej sposób, wyznaczmy poprawki  $v_{ij}$  według wzoru:

$$v_{i,j} = (\Delta c \cdot wg_j) \cdot \left( \max_j s_{jk} - 1 \right)^{-1} \cdot (xw_j - x_{i,j}) \quad (22)$$

Wartości nieruchomości określa się najczęściej jako średnią arytmetyczną według wzoru:

$$W = \left( \sum_{j=1}^m \left( Ca_j + \sum_{i=1}^s v_{ij} \right) \right) \cdot m^{-1} \quad (23)$$

W przypadku nieruchomości zróżnicowanych pod względem podobieństwa, wartość określa się jako średnią ważoną według wzoru:

$$W = \left( \sum_{j=1}^m r_j \left( Ca_j + \sum_{i=1}^s v_{ij} \right) \right) \cdot \left( \sum_{j=1}^m r_j \right)^{-1} \quad (24)$$

gdzie:

$r_j$  - współczynniki wagowe.

Współczynniki wagowe są odwrotnie proporcjonalne do bezwzględnych wartości wprowadzanych poprawek.

W metodzie korygowania ceny średniej wartość nieruchomości określamy według wzoru:

$$W = Csr \cdot F \cdot \sum_{j=1}^m k_j \cdot E \quad (25)$$

gdzie:

Csr - jednostkowa cena średnia w przyjętym zbiorze nieruchomości.

$$\text{obliczona według wzoru } Csr = \left( \sum_{j=1}^n c_{ij} \right) \cdot n^{-1},$$

F - powierzchnia wycenianej nieruchomości,

$k_j$  - współczynniki korygujące,

E - współczynnik korekcyjny.

Współczynniki korygujące wyznaczamy według wzoru:

$$k_j = (wg_j \cdot Csr^{-1}) \cdot \left( \min_j c_{ij} + \left( \max_j c_{ij} - \min_j c_{ij} \right) \cdot \left( \max_j s_{ij} - 1 \right)^{-1} \right) \cdot (xw_j - 1) \quad (26)$$

W metodzie korygowania ceny średnie bardzo istotnym jest, aby ceny przyjętych do porównania nieruchomości był skupione wokół średniej. Jeśli atrybuty wycenianej nieruchomości są identyczne z nieruchomością o cenie maksymalnej lub minimalnej, to wówczas nie musimy realizować algorytmu metody i jako określona wartość nieruchomości przyjmujemy odpowiednio cenę maksymalną lub minimalną nieruchomości z przyjętego rynku lokalnego. W metodzie porównywania parami musimy przyjąć minimum średnią z trzech nieruchomości.

Bardzo przydatną i prostą formułą możliwą do zastosowania jest metoda wielowymiarowej analizy porównawczej (SAWIŁOW 2009). Metoda ta może zastąpić krytykowaną metodę korygowania ceny średniej, w której praktycznie opisuje się jedynie nieruchomości o cenie minimalnej i maksymalnej. W metodzie wielowymiarowej analizy porównawczej uwzględnia się cechy wszystkich nieruchomości charakteryzujących lokalny rynek nieruchomości. Formułę, według

której możemy określić wartość nieruchomości, tą metodą można zapisać w postaci:

$$W = Csr \cdot \sum_{j=1}^m wg_j \cdot \frac{xw_j}{\bar{x}_j} \quad (27)$$

Powyższa formuła jest bardzo podobna do modelu powszechnej taksacji opublikowanego w pracach (TELEGA, BOJAR, ADAMCZEWSKI 2002; SAWIŁOW 2004b) i może być wykorzystana, zdaniem autora, jako jedna z metod analizy statystycznej rynku, w podejściu porównawczym. W metodzie analizy statystycznej rynku najczęściej wykorzystuje się metodę liniowej regresji wielokrotnej.

### 3. Badania własne

Proponowane w poprzednim rozdziale niektóre rozwiązania stosowane w algorytmach określania wartości nieruchomości w podejściu porównawczym zweryfikowane zostały na przykładzie danych z lokalnego rynku nieruchomości. Badania przeprowadzono w oparciu o informacje zawarte w rejestrze cen i wartości nieruchomości dotyczących transakcji sprzedaży nieruchomości na lokalnym rynku nieruchomości we Wrocławiu. Informacje te uzupełnione zostały wynikami wizji lokalnej nieruchomości w terenie. W wyniku analizy lokalnego rynku nieruchomości i pozyskanych informacji ustalono zbiór atrybutów opisujących lokalny rynek nieruchomości. Zbiór ten obejmował następujące atrybuty:

- 1) lokalizacja ( $x_1$ ),
- 2) powierzchnia nieruchomości ( $x_2$ ),
- 3) kształt działki ( $x_3$ ),
- 4) dostępność ( $x_4$ ),
- 5) wyposażenie w urządzenia infrastruktury technicznej ( $x_5$ ).

Atrybuty wyskalowane zostały w skali liniowej. Daty transakcji podane zostały w miesiącach. Jako zmienną zależną przyjęto cenę transakcyjną jednego metra kwadratowego nieruchomości. W tabeli 1 przedstawiono pełną charakterystykę nieruchomości przyjętych z analizowanego lokalnego rynku.

**Tabela 1**

#### Charakterystyka nieruchomości

Numer nieruchomości	Atrybuty nieruchomości					Data	Cena [zł/m <sup>2</sup> ]
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>		
1	2	4	3	3	2	07-2008	374,35
2	2	1	2	2	2	10-2008	436,02
3	1	3	2	1	2	11-2008	377,16

4	1	4	3	2	1	12-2008	440,00
5	1	4	3	2	1	02-2009	449,58
6	2	1	1	2	2	03-2009	436,03
7	2	1	2	4	3	04-2009	465,58
8	3	1	3	3	3	07-2009	510,06
9	3	2	3	3	3	01-2010	600,16
10	3	1	3	3	3	02-2010	600,00
11	2	2	3	4	3	07-2010	610,00

Źródło: opracowanie własne

Aktualizację jednostkowych cen transakcyjnych na datę wyceny 09-2010 przeprowadzono w dwóch wariantach. W wariantcie I zastosowano wzór (1), w którym współczynnik  $w_p$  obliczono według wzoru (11). Moim zdaniem jest to formuła pozwalająca na uwzględnienie w tym współczynniku wpływu wszystkich nieruchomości, a nie tylko wybranych kilku par. W wariantcie II do aktualizacji cen wykorzystano model regresji liniowej. Jednostkowe ceny transakcyjne zostały zaktualizowane według wzoru (9). Zaktualizowane ceny jednostkowe zamieszczono w tabeli 2.

**Tabela 2**

Zaktualizowane ceny transakcyjne

Nr Nierucho- mości	Zaktualizowane ceny [zł/m <sup>2</sup> ]	
	Wariant I	Wariant II
1	664,15	662,56
2	734,61	690,75
3	624,21	620,60
4	715,12	672,53
5	703,91	659,55
6	669,71	635,81
7	701,24	654,08
8	722,67	665,44
9	743,11	688,59
10	725,05	632,56
11	646,32	632,56

Źródło: opracowanie własne.

Współczynniki wagowe cech obliczono w oparciu o analizę macierzy korelacji. Dla danych zamieszczonych w tabeli 1 i zaktualizowanych jednostkowych cen transakcyjnych zamieszczonych w tabeli 2 obliczono współczynniki korelacji pomiędzy cechami nieruchomości a ich cenami. Nie badano istotności obliczonych współczynników korelacji. Na podstawie obliczonych współczynników korelacji pomiędzy cechami nieruchomości i cenami transakcyjnymi obliczono, korzystając ze wzoru (16), współczynniki wagowe dla poszczególnych cech. Wagi I obliczone

zostały dla wariantu I, wagi II dla wariantu II aktualizacji cen transakcyjnych. Współczynniki te zamieszczono w tabeli 3.

**Tabela 3**

Współczynniki wagowe cech

Wyszczególnienie	$wg_1$	$wg_2$	$wg_3$	$wg_4$	$wg_5$
Wagi I	0,5445	0,1989	0,1902	0,0485	0,0179
Wagi II	0,5089	0,0141	0,4578	0,0135	0,0057

Źródło: opracowanie własne.

Nieruchomość wyceniana opisana jest wektorem cech  $N = [2 \ 2 \ 3 \ 2 \ 3]$ .

Do określenia wartości opisanej wyżej nieruchomości zastosowano metody właściwe dla podejścia porównawczego.

Określenie wartości nieruchomości w metodzie porównywania parami (MPP) oraz metodzie korygowania ceny średniej (MKCS) wykonano z wykorzystaniem, odpowiednio wzorów (23) i (25). Obliczenia wykonano w dwóch scharakteryzowanych wcześniej wariantach.

Jako metodę analizy statystycznej rynku zastosowano do określenia wartości nieruchomości model regresji wielokrotnej (MLRW), w którym oprócz podanych w tabeli 1 cech wprowadzono zmienną czasową  $t$ . Otrzymano model w postaci równania:

$$C = 363,524 + 23,399x_1 - 13,046x_2 + 24,365x_3 + 3,218x_4 - 30,304x_5 + 0,325t$$

Kwadrat współczynnika korelacji wielokrotnej  $R^2 = 0,9804$ , co wskazuje, że 98.04% zmienności ceny jest wyjaśnione przez ten model.

Do metody analizy statystycznej rynku zaliczyć można, zdaniem autora, model wielowymiarowej analizy porównawczej (MWAP), który w swojej postaci analitycznej (zob. wzór 27) jest identyczny z modelem powszechnej taksacji nieruchomości (PTN). Wyniki końcowe określenia wartości wycenianej nieruchomości w podejściu porównawczym, zamieszczono w tabeli 4.

**Tabela 4**

Zestawienie wyników określenia wartości nieruchomości

Metoda wyceny	Aktualizacja cen			
	Wariant I		Wariant II	
	Wagi I	Wagi II	Wagi I	Wagi II
MPP	691,13	710,67	660,08	671,61
MKCS	685,35	669,47	634,59	618,71
PTN, MWAP	698,55	737,71	662,89	700,06
MLRW	630,31			

Źródło: opracowanie własne.



Z powyższej tabeli wynika, że aktualizując ceny transakcyjne na datę wyceny według opisanych wcześniej dwóch wariantów i ustalając dla tych wariantów wagi cech rynkowych obliczone na podstawie wzoru (16) otrzymano istotnie zróżnicowane wartości nieruchomości. Określone wartości wycenianej nieruchomości zawierają się w przedziale od 618,71 zł/m<sup>2</sup> do 737,71 zł/m<sup>2</sup>, co jest bardzo istotną rozbieżnością w otrzymanych wartościach.

#### 4. Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań wynika, że proponowane algorytmy wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym mogą dawać dla tych samych danych wyjściowych, bardzo zróżnicowane wyniki, uzależnione od przyjętych założeń.

Kluczowym elementem wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym jest znajomość rynku nieruchomości, pozwalająca na poprawne jego opisanie w postaci macierzy cech rynkowych charakteryzujących ten rynek i stanowiącej podstawę do określenia wartości wycenianej nieruchomości.

Aktualizacja cen transakcyjnych jest bardzo ważnym elementem algorytmu w podejściu porównawczym, na co wskazują wyniki zamieszczone w tabeli 4.

Wagi cech powinny być ustalane na podstawie macierzy opisującej lokalny rynek nieruchomości. Przyjęcie innego rozwiązania, np. na podstawie preferencji potencjalnych nabywców, niewynikającego z macierzy charakteryzującej rynek lokalny może prowadzić do niewłaściwych wyników.

W metodzie korygowania ceny średniej, wszystkie nieruchomości powinny być opisane zbiorem przyjętych cech rynkowych, a nie tylko nieruchomości o cenie najniższej i najwyższej, co ma najczęściej miejsce w praktyce.

Metoda proponowana dla potrzeb powszechnej taksacji nieruchomości jest w formalnym zapisie matematycznym identyczna z metodą korygowania ceny średniej, różnice występują przy procedurze ustalania współczynników korygujących.

Postać analityczna wszystkich przedstawionych w artykule modeli jest stosunkowo prosta, łatwa w interpretacji i pozwala na określanie wartości nieruchomości z dokładnością satysfakcjonująca adresatów wyceny. Estymacja parametrów tych modeli nie jest trudna i może być wykonana przy wykorzystaniu prostych pakietów statystycznych. Najbardziej zbliżone wyniki określenia wartości nieruchomości do cen transakcyjnych z najbliższego okresu czasu do daty wyceny uzyskano w modelu regresji liniowej wielokrotnej oraz w wariancie II dla metody korygowania ceny średniej.

#### 5. Literatura

- ADAMCZEWSKI Z. 2006. *Elementy modelowania matematycznego w wycenie nieruchomości. Podejście porównawcze*. Oficyna Wydawnicza PW. Warszawa.
- BITNER A. 2003. *Wskaźniki wzrostu cen nieruchomości gruntowych dla dużych rynków lokalnych*. Materiały III Konferencji Naukowo-Technicznej PSRWN.

- CZAJA J. 2001. *Metody szacowania wartości rynkowej i katastralnej nieruchomości*. KOMP-SYSTEM. Kraków.
- DRAPER N. R., SMITH H. 1973. *Analiza regresji stosowana*. PWN. Warszawa.
- PRYSTUPA M., 2003. *Wycena nieruchomości przy zastosowaniu podejścia porównawczego*, PFSRM, Warszawa.
- SAWIŁOW E. 2004. *Analiza metod ustalania wpływu atrybutów na wartość nieruchomości*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, vol. 12, nr 1. Olsztyn.
- SAWIŁOW E., 2004, *Zmodyfikowana metoda powszechnej taksacji nieruchomości*, Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej „Procedury prawne, organizacyjne i technologiczne powszechnej taksacji nieruchomości”, Olsztyn.
- SAWIŁOW E. 2008. *Analiza metod wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym*. Przegląd Geodezyjny nr 2.
- SAWIŁOW E. 2009. *Zastosowanie metod wielowymiarowej analizy porównawczej dla potrzeb ustalania wartości katastralnych*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, vol. 17, nr 1. Olsztyn.
- TELEGA T., BOJAR Z., ADAMCZEWSKI Z., 2002, *Wytyczne przeprowadzenia powszechnej taksacji nieruchomości*, Przegląd Geodezyjny nr 6.
- ZELIĄS A. 1997. *Teoria prognozy*. PWE. Warszawa.

\*\*\*\*\*

## THE OPINION OF THE ALGORITHMS OF THE PRICING OF IMMOBILITY IN THE COMPARATIVE APPROACH

**Edward Sawiłow**

*Wroclaw University of Environmental and Life Sciences  
Department of the Spatial Economy  
e-mail: e.sawilow@wp.pl*

**Key words:** *immobility, pricing, comparative approach.*

### **Abstract**

The opinions of the algorithms of the pricing of immobility in the comparative approach were introduced in the article. Indispensable examples were passed on the qualification of the value of immobility in the comparative approach. The analysis of proposed algorithms was conducted. Weak sides of these algorithms were shown and some new the approaches of their fragments were proposed. The value of immobility was qualified in the practical part for the chosen fragment of the market of immobility with the proposed utilization solutions.



# MODELE LOGITOWE W ANALIZIE TRANSAKCJI NA WARSZAWSKIM RYNKU MIESZKANIOWYM

**Barbara Batóg, Iwona Foryś**

*Uniwersytet Szczeciński*

*Katedra Ekonometrii i Statystyki*

e-mail: *batog@wniez.pl, forys@wneiz.szczecin.pl*

**Słowa kluczowe:** *modele logitowe, cechy jakościowe, rynek mieszkaniowy*

## **Streszczenie**

Artykuł przedstawia wyniki badań rynku mieszkaniowego w Warszawie w 2009 roku. Dane dotyczą transakcji mieszkaniowych, które zostały wcześniej wprowadzone do systemu oferowania MLS WSPON. Każda oferta jest opisana zestawem kilkudziesięciu zmiennych ilościowych i jakościowych, w tym datą wprowadzenia oferty do systemu oraz datą wyjścia z systemu w wyniku sprzedaży. Czas trwania oferty w systemie jest zmienną zależną bezpośrednio lub po transformacji do zmiennej mierzonej na skali porządkowej. Dla tak określonej zmiennej zależnej zastosowano modele logitowe porządkowe. Jako potencjalne zmienne objaśniające wykorzystano cechy mieszkań, zarówno ilościowe jak i jakościowe. Zastosowanie tego typu modeli pozwala ocenić, które zmienne mają największy wpływ na szybką sprzedaż (krótki czas trwania oferty w systemie).

Proponowane podejście, stosunkowo mało rozpowszechnione, jest uzupełnieniem dotychczas stosowanych metod statystycznych na rynku nieruchomości.

## **1. Wstęp**

Rynek mieszkaniowy jest najlepiej rozpoznawalnym segmentem rynku nieruchomości w Polsce ze względu na częstość zawieranych umów jak również z uwagi na liczbę proponowanych zmiennych opisujących przedmiot transakcji. Częstość zawieranych transakcji powoduje, że pojawia się na rynku coraz więcej systemów oferowania, a istniejące systemy są coraz bardziej rozbudowane w części opisowej. Poprawia się również jakość opisu oferty w wyniku standaryzacji słowników systemowych. Opisy cech nieruchomości mają charakter jakościowy, co oznacza, że cechy te traktowane jako zmienne do modeli są mierzone na najniższych skalach pomiarowych. W tych przypadkach klasyczne modele regresji narzucają wiele ograniczeń, co powoduje, że badacze koncentrują się na modelowaniu cen transakcyjnych mieszkań wyłącznie w zależności od cech mierzonych na skali ilorazowej.

Decyzja nabywcy mieszkania, której efektem jest cena transakcyjna, jest jednak wypadkową wielu czynników zarówno jakościowych jak i ilościowych związanych bezpośrednio z preferencjami nabywców. Dodatkowo na decyzję kupujących mają wpływ również czynniki bezpośrednio od nich niezależne jak otoczenie społeczno-gospodarcze czy prawno-instytucjonalne rynku nieruchomości (FORYŚ 2006, FORYŚ 2010). Dlatego, jakkolwiek próba opisu zjawisk w tym segmencie rynku prowadzi do badania zestawu wielu zmiennych zarówno ilościowych jak i jakościowych.

Analicyści polskiego rynku mieszkaniowego wymieniają wiele cech wpływających na cenę mieszkań (MĄCZYŃSKA i in. 2004). Przegląd literatury w tym zakresie pozwala zauważyć zmienne wspólne dla wszystkich konstruowanych modeli, w szczególności wymienić zmienne takie jak:

- powierzchnia użytkowa lokalu mieszkalnego (m<sup>2</sup>),
- rodzaj zbywanego prawa,
- odległość od centrum miasta (km),
- dojazd do nieruchomości (środkami komunikacji miejskiej),
- sąsiedztwo nieruchomości (korzystne lub nie),
- technologia wznoszenia,
- wysokość budynku (liczba kondygnacji),
- lokalizacja w budynku (piętro),
- liczba pokoi,
- wyposażenie w media.

Często jednak zbiór zmiennych zredukowany jest do kilku podstawowych cech (zazwyczaj mierzonych na skali ilorazowej) z uwagi na posiadane informacje lub wysoki nakład pracy związany z uzupełnieniem posiadanych baz. Zmienne mierzone na skali porządkowej najczęściej są efektem subiektywnego przyjęcia kryterium uszeregowania ważności zmiennej i jej wpływu na cenę, rzadziej są wynikiem naukowych badań preferencji kupujących (na przykład z wykorzystaniem narzędzi statystycznych).

Cechy istotne dla oceny wartości rynkowej nieruchomości mieszkalnych, a zatem również dla ceny transakcyjnej, określają również przepisy prawa dotyczące wyceny nieruchomości (w tym także lokali mieszkalnych w budynkach wielorodzinnych). Zestaw zmiennych uwzględnianych przez rzeczoznawcę majątkowego wynika przede wszystkim z dostępu do informacji o lokalach, które były przedmiotem obrotu. Ponieważ źródłem informacji są akty notarialne i zawarte w nich opisy przedmiotu transakcji, stąd zakres danych jest bardzo ograniczony.

Jednak ani przepisy prawa ani praktyka szacowania nie uwzględniają czasu trwania oferty na rynku jako zmiennej mierzalnej, przyjmowanej do modelu. Wprawdzie ustawa o gospodarce nieruchomościami w art. 151 wspomina w treści definicji rynkowej o „czasie niezbędnym do wyeksponowania nieruchomości na rynku” jednak w praktyce zapis ten nie ma jednoznacznej interpretacji ilościowej. Czy sprzedaż lokalu po miesiącu od dnia ogłoszenia oferty jest wystarczającym czasem

ekspozycji nieruchomości na rynku do uzyskania najbardziej prawdopodobnej ceny, czy też zbyt krótkim. Kolejną wątpliwość pojawia się w konfrontacji przytoczonej definicji z cyklem koniunkturalnym na rynku mieszkaniowym lub szerzej na rynku nieruchomości. Temat ten podjęty został w kilku pracach (FORYŚ 2006, FORYŚ 2010a), jednak nie uwzględniano prawdopodobieństwa tempa sprzedaży w zależności od cech oferowanych mieszkań. Szacowane w cytowanych pracach modele trwania bazowały na prawdopodobieństwie przeżycia z wykorzystaniem rachunku aktuarialnego (FORYŚ 2010b), czyli szacowaniu prawdopodobieństwa, że właściciel w ogóle zdecyduje się na sprzedaż mieszkania. W innym przypadku szacowano czas trwania oferty w systemie jako funkcję cech nieruchomości, wykorzystując narzędzie analizy wielowymiarowej jakim jest analiza dyskryminacyjna (FORYŚ 2010c). W analizowanych modelach wykazano istotną zależność tempa sprzedaży mieszkania od cyklu koniunkturalnego na rynku mieszkaniowym, co skłania do podjęcia rozważań dotyczących wpływu cech lokali mieszkalnych na tempo sprzedaży.

W artykule przyjęto hipotezę badawczą, że tempo sprzedaży mierzone jako prawdopodobieństwo sprzedaży mieszkania w określonych przedziałach czasu zależy od cech nieruchomości (jakościowych i ilościowych). Celem badania jest specyfikacja zmiennych, które istotnie wpływają na szacowane tempo sprzedaży. W badaniu wykorzystano modele logitowe porządkowe. Jest to podejście nowatorskie, w odniesieniu zarówno do obszaru badawczego (warszawski rynek mieszkaniowy) jak również zakresu cech, będących w dyspozycji badacza.

## 2. Wielomianowe modele logitowe porządkowe

Wiele zmiennych opisujących obiekty na rynku nieruchomości nie ma charakteru ciągłego – często są one mierzone na skali nominalnej lub porządkowej. Rozpatrywaną w artykule zmienną zależną jest czas pozostawiania w systemie (w określonych przedziałach czasu) oferty sprzedaży danego mieszkania. Zmienna ta ( $Y$ ) jest mierzona na skali porządkowej.

W przypadku, gdy zmienna zależna  $Y$  jest zmienną mierzoną na skali porządkowej wyjaśnianie jej kształtowania się może być przeprowadzone za pomocą wielomianowych modeli porządkowych. W porządkowym modelu wielomianowym (CRAMER 2003, KLEINBAUM, KLEIN 2002) wyjaśniane są ilorazy prawdopodobieństwa przynależności  $i$ -tego przypadku do kategorii nie niższej niż  $k$ -ta ( $P_{ik}$ ) i prawdopodobieństwa do niego przeciwnego ( $1 - P_{ik}$ ). Liczba równań w modelu jest o 1 mniejsza niż liczba kategorii porządkowych. Jeżeli w modelu porządkowym wykorzystujemy transformację logitową, to można go opisać wzorem (1).

$$\frac{P_{ik}}{1 - P_{ik}} = \exp(\alpha_k + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}), \quad (1)$$

gdzie:

$k$  – numer kategorii,  $k = 1, \dots, K$ ,

$K$  – liczba kategorii porządkowej zmiennej  $Y$ ,  
 $i$  – numer przypadku ( $i = 1, \dots, N$ ),  
 $N$  – liczba przypadków,  
 $P_{ik}$  – prawdopodobieństwo, że  $i$ -ty przypadek zostanie zaliczony do kategorii nie niższej niż  $k$ -ta,  
 $\mathbf{x}$  – wektor zmiennych objaśniających,  
 $\boldsymbol{\beta}$  – wektor parametrów modelu.  
 $\alpha_k$  – wyrazy wolne.

W modelu (1) parametry  $\beta$  stojące przy zmiennych objaśniających są takie same dla wszystkich kategorii zmiennej zależnej  $Y$ , natomiast różne są wyrazy wolne dla poszczególnych kategorii. Model (1) szacuje się metodą największej wiarygodności. Po jego oszacowaniu można wyznaczyć prawdopodobieństwa  $P_{ik}$  – wzór (2).

$$P_{ik} = \frac{1}{1 + \exp(-(\alpha_k + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))} \quad (2)$$

Do oceny istotności oszacowanych parametrów modelu (1) wykorzystuje się test łącznych efektów. W tym przypadku hipoteza zerowa zakłada brak istotności każdego z parametrów modelu (1) osobno (GRUSZCZYŃSKI 2001). Wykorzystywana w tym teście statystyka Walda ma rozkład  $\chi^2$ .

Do oceny jakości modelu wielomianowego można wykorzystać odchylenie  $D$  (CRAMER 2003, STANISZ 2007). Statystyka ta porównuje analizowany model z modelem pełnym<sup>2</sup> i wyraża się wzorem (3).

$$D = 2(\ln L_p - \ln L), \quad (3)$$

gdzie:

$L_p$  – maksimum funkcji największej wiarygodności dla pełnego modelu,

$L$  – maksimum funkcji największej wiarygodności dla analizowanego modelu.

Odchylenie  $D$  ma asymptotyczny rozkład  $\chi^2$ . Dobre dopasowanie analizowanego modelu jest związane z małymi wartościami tej statystyki. Analizowany model charakteryzuje się dobrym dopasowaniem, jeżeli otrzymany iloraz wartości odchylenia  $D$  oraz liczby stopni swobody jest bliski jedności (STANISZ 2007).

Innym miernikiem jakości oszacowanych modeli jest zliczeniowy  $R^2$ , który jest wyznaczany jako udział trafnie zaklasyfikowanych przypadków w ogólnej liczbie przypadków. Przed wyznaczeniem zliczeniowego  $R^2$  należy najpierw zbudować tablicę klasyfikacji przypadków (tabela 1).

---

<sup>2</sup> Liczba parametrów modelu pełnego jest równa liczbie obserwacji.

Tabela 1

## Budowa tablicy klasyfikacji przypadków

Obserwowa ne	Przewidywane			
	Kategoria 1	Kategoria 2	...	Kategoria K
Kategoria 1	$n_{11}$	$n_{12}$	...	$n_{1K}$
Kategoria 2	$n_{21}$	$n_{22}$	...	$n_{2K}$
...	...	...	...	...
Kategoria K	$n_{K1}$	$n_{K2}$	...	$n_{KK}$

Źródło: Gruszczyński 2001.

Współczynnik zliczeniowy  $R^2$  wyraża się wzorem (4).

$$R_{\text{zlicz}}^2 = \frac{\sum_{k=1}^K n_{kk}}{N}. \quad (4)$$

Zakres zliczeniowego  $R^2$  to przedział od 0 do 1. Im wyższe jego wartości, tym lepiej. Należy jednak podkreślić, że im więcej kategorii zmiennej zależnej, tym rzadziej ten miernik przyjmuje wartości bliskie 1.

### 3. Materiał badawczy

W badaniu wykorzystano zbiór 231 ofert mieszkań z terenu miasta stołecznego Warszawa, w zabudowie wielorodzinnej, które znalazły nabywcę w 2009 roku. Pierwotnie do badania przyjęto wszystkie zgromadzone w systemie oferty, które podlegały kolejnym procedurom weryfikacyjnym. Wspomniane źródło informacji to system współpracy i wymiany informacji pomiędzy pośrednikami w obrocie nieruchomościami, obejmujący ponad 500 biur obrotu nieruchomościami, przede wszystkim z regionu mazowieckiego, prowadzony przez Warszawskie Stowarzyszenie Pośredników w Obrocie Nieruchomościami (WSPON MLS). Do systemu wprowadzane są oferty na wyłączność, co gwarantuje aktywną sprzedaż prowadzoną przez przypisanego do oferty pośrednika. W badaniu pominięto oferty, które zostały wycofane przez zgłaszającego lub dotyczyły mieszkań niesprzedanych. Każdą z badanych ofert opisuje zestaw trzydziestu dwóch cech jakościowych i ilościowych dotyczących lokalizacji i sąsiedztwa mieszkania, budynku w którym znajduje się lokal oraz charakterystyki udogodnień w lokalu, w tym cechy z zakresu bezpieczeństwa oraz data wprowadzenia oferty do systemu i data jej wycofania w wyniku sprzedaży. Czas jaki upłynął między wprowadzeniem i wycofaniem oferty, mierzony w dniach, określono jako czas trwania oferty w systemie ( $Y$ ).

W kroku pierwszym wyeliminowano obserwacje niepełne (przyjęto zasadę kompletności danych) oraz zmienne, które nie wносиły nowych informacji,



istotnych z uwagi na cel badania. W efekcie pozostało 205 obserwacji oraz jedenaście zmiennych objaśniających:

- X1 powierzchnia użytkowa lokalu mieszkalnego (m<sup>2</sup>),
- X2 cena transakcyjna 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej lokalu mieszkalnego (zł),
- X3 lokalizacja w mieście,
- X4 umiejscowienie w budynku (0 - parter, 1 - pozostałe),
- X5 wysokość budynku (0 - wysoki, 1 - niski),
- X6 rok budowy,
- X7 oddzielna kuchnia,
- X8 osiedle strzeżone,
- X9 piwnica przynależna do lokalu,
- x10 tramwaj w sąsiedztwie,
- X11 metro w sąsiedztwie.

Zmienna X3 dotycząca lokalizacji mieszkania w danej dzielnicy miasta przyjęła cztery warianty, w zależności od usytuowania dzielnicy względem Wisły oraz odległości od centrum miasta. Dla dzielnic zlokalizowanych najlepiej w mieście jak: Śródmieście, Wola, Ochota, Mokotów, Żoliborz przyjęto oznaczenie LA, dla dzielnic peryferyjnych lewobrzeżnej części miasta jak: Bielany, Bemowo, Ursus, Włochy, Ursynów, Wilanów przyjęto oznaczenie LB. Analogicznie dla prawobrzeżnej części miasta dokonano podziału na dwie grupy dzielnic. Dzielnice Praga Północ, Praga Południe, Targówek, Rembertów oznaczono symbolem PA, natomiast dzielnice Białołęka, Wesoła i Wawer symbolem PB. Bardziej szczegółowy podział zmiennej X3 wpłynąłby na mniejszą czytelność modelu. Zmienne jakościowe dwuwariantowe X4, X5, X7-X11 zostały zapisane jako zmienne zero-jedynkowe (0 gdy dana cecha nie jest zrealizowana, 1 - w przypadku przeciwnym). Dla zmiennych ilościowych X1, X2, X6 oraz zmiennej zależnej Y wyznaczono podstawowe statystyki, które zaprezentowano w tabeli 2.

Zmienna objaśniana (liczba dni trwania w systemie) w 2009 roku była charakteryzowana przez medianę 118 dni przy średniej 158 dni. Najszybciej sprzedano mieszkanie w ciągu 5 dni od daty zamieszczenia oferty w systemie, najdłużej oferta pozostawała w systemie 936 dni. Zmienna charakteryzuje się wysokim współczynnikiem asymetrii (3,14) oraz bardzo dużym współczynnikiem zmienności (powyżej 100%), co widoczne jest na rysunku 1.

Blisko 88% oferowanych mieszkań została sprzedana w ciągu trzech kwartałów, natomiast 38,7% w ciągu jednego kwartału. Wielokrotności tych okresów posłużą w dalszej części do wyznaczania przedziałów transformowania zmiennej zależnej.

Przyjęto trzy metody transformowania zmiennej zależnej Y na zmienne porządkowe (Y2, Y3, Y4), którym odpowiada podział na dwa, trzy oraz cztery warianty. Przy tak zaproponowanej procedurze dla zmiennej Y2 ustalono dwa warianty {0;1}, dla zmiennej Y3 trzy warianty {0;1;2}, a dla zmiennej

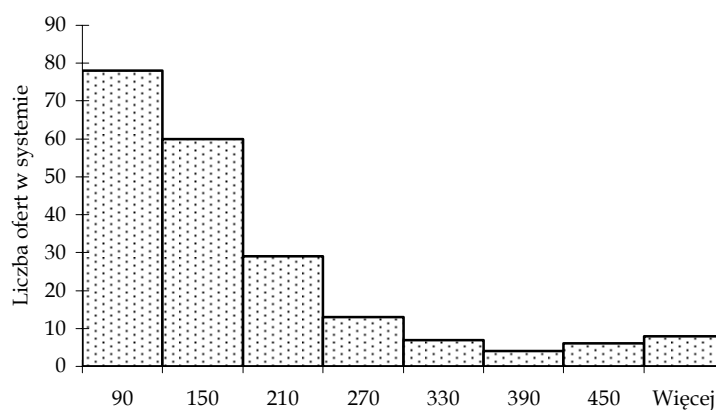
Y4 odpowiednio cztery warianty {0;1;2;3}. Szczegółowo procedurę transformacyjną zaprezentowano w tabeli 3.

**Tabela 2**

Podstawowe statystyki opisowe analizowanych zmiennych (N=205)

Statystyki	Y	X1	X2	X6
Minimum	5	18	5 008	1 790
Maximum	936	137	19 320	2 009
Rozstęp	931	119	14 312	219
Średnia	158	55,5	8 305	1 978
Mediana	118	51,5	7 895	1 979
Odchylenie standardowe	163	22,1	2 142	27
Współczynnik zmienności (%)	103,5	39,9	25,8	-
Współczynnik asymetrii	3,14	1,34	1,94	-1,96

Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 1.** Rozkład czasu trwania oferty w systemie MLS w 2009 roku (w dniach).

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z systemu MLS.

Zmienna X1 charakteryzująca powierzchnię sprzedawanych lokali nie wykazuje dużej asymetrii. Przeciętna powierzchnia mieszkania (średnia 55,5 m<sup>2</sup>, mediana 51,5 m<sup>2</sup>) jest typowa dla mieszkań dwupokojowych. Największe oferowane mieszkanie miało powierzchnię 137 m<sup>2</sup>, a najmniejsze 18 m<sup>2</sup>.

Zauważona prawidłowość jest przede wszystkim efektem norm powierzchniowych obowiązujących w latach powojennych w polskim budownictwie mieszkaniowym.

**Tabela 3**

Warianty zmiennej zależnej dla kolejnych procedur transformacyjnych (N=205)

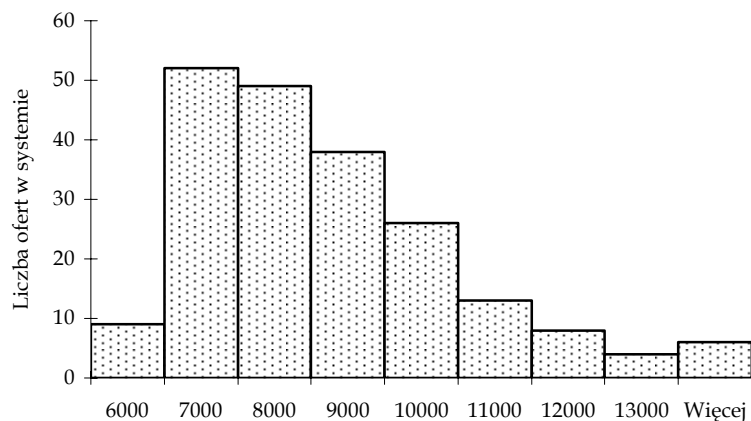
Zmienna zależna	Charakterystyka sprzedaży	Wariant	Liczba dni oferty w systemie
Y2	wolna	0	od 91 i więcej
	szybka	1	do 90
Y3	wolna	0	ponad 180
	przeciętna	1	od 91 do 180
	szybka	2	do 90
Y4	bardzo wolna	0	ponad 271
	wolna	1	od 181 do 270
	przeciętna	2	od 91 do 180
	szybka	3	do 90

Źródło: opracowanie własne.

Wysoką zmienność wykazuje cena transakcyjna 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej mieszkania (X2), dla której współczynnik zmienności wyniósł 25,8%. Minimalna cena 1 m<sup>2</sup> sprzedanego mieszkania wyniosła 5 008 zł, natomiast maksymalna cena ponad 19 320 zł. Najwyższe ceny osiągały mieszkania w ścisłym centrum miasta, w budynkach nowych lub zmodernizowanych. Rozbieżność cen wynikała również z powierzchni lokalu oraz jego cech jakościowych. Wśród analizowanych transakcji sześć znajdowało się w tzw. ogonie rozkładu (ostatni przedział histogramu na rys. 2), stąd dla zmniejszenia zróżnicowania zdecydowano się na odrzucenie ich z finalnego zbioru obserwacji. Ostatecznie analizowano 199 obiektów – ofert mieszkaniowych z systemu MLS.

Sprzedawane mieszkania najczęściej zlokalizowane były na trzeciej lub czwartej kondygnacji w niskich budynkach.

Ostatecznie, przeprowadzone rozważania oraz przyjęty zbiór 199 zmiennych i zaproponowana transformacja zmiennej zależnej Y (czas trwania oferty w systemie MLS) prowadzi do rozkładu zmiennych Y2-Y4, zaprezentowanego w tabeli 4. W uzyskanym rozkładzie można zauważyć przesunięcie dwóch grup (o liczebności 70 i 78) dla zmiennej Y3 i Y4 oraz podział pierwszej z nich (przy transformacji Y3) na dwie o łącznej liczebności 51 (dla transformacji Y4).



**Rys. 2.** Rozkład ceny transakcyjnej 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej oferowanego w systemie MLS mieszkania w 2009 roku (zł). *Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych z systemu MLS.

**Tabela 4**

Rozkład zmiennej zależnej (Y) dla kolejnych procedur transformacyjnych (N=199)

Zmienna zależna transformowana	Warianty zmiennej zależnej				Liczba obserwacji
	0	1	2	3	
Y2	78	121	-	-	199
Y3	51	70	78	-	199
Y4	22	29	70	78	199

*Źródło:* opracowanie własne.

#### 4. Wyniki badania tempa sprzedaży mieszkań na rynku wtórnym w Warszawie

W pierwszej kolejności obliczono współczynniki korelacji liniowej Pearsona pomiędzy zmienną zależną Y a ilościowymi zmiennymi objaśniającymi, czyli powierzchnią (X1), ceną (X2), rokiem budowy (X6) oraz pomiędzy tymi zmiennymi objaśniającymi. Wyniki zamieszczono w tabeli 5

Zmienna objaśniająca X6 nie jest istotnie skorelowana ze zmienną zależną, natomiast zmienne objaśniające X1 oraz X2 są istotnie skorelowane ze zmienną zależną, a nie są skorelowane pomiędzy sobą. Podjęto próbę oszacowanie modelu regresji liniowej dla zmiennej zależnej Y ze zmiennymi objaśniającymi X1 oraz X2. Jednak ze względu na niezbyt wysokie (choć istotne) skorelowanie tych zmiennych ze zmienną zależną, dopasowanie oszacowanego modelu regresji

liniowej wyniosło zaledwie 0,153. Jest to wartość zbyt mała, aby oszacowany model mógł być podstawą wnioskowania.

**Tabela 5**

Współczynniki korelacji liniowej dla zmiennych ilościowych

	Y	X1	X2	X6
Y	1,000	0,275*	0,293*	0,067
X1		1,000	0,057	0,231*
X2			1,000	0,043
X6				1,000

\* - współczynniki istotne na poziomie 0,05

Źródło: obliczenia własne.

W dalszym modelowaniu wykorzystywano modele dla zmiennej zależnej jakościowej. Najpierw zmienną zależną była zmienna Y transformowana do zmiennej Y2, czyli do zmiennej dychotomicznej. Oszacowano model logitowy dla zmiennej Y2 ze zmiennymi objaśniającymi ilościowymi X1 oraz X2. Okazało się, że obie te zmienne nie charakteryzowały się istotnym wpływem na transformację Y2. Zatem w kolejnym modelu jako zmienną zależną wykorzystano transformację zmiennej Y na zmienną Y3, czyli na zmienną porządkową. Oszacowanie modelu logitowego porządkowego ze zmienna Y3 jako zmienną zależną zamieszczono w tabeli 6

**Tabela 6**

Oszacowanie modelu logitowego porządkowego dla zmiennej Y3

	Ocena	Błąd standardowy	Statystyka Walda	p
Wyraz wolny 1	-3,5381	0,7887	20,1263	0,0000
Wyraz wolny 2	-1,9483	0,7577	6,6121	0,0101
Powierzchnia	0,0191	0,0063	9,0414	0,0026
Cena	0,0002	0,0001	4,3340	0,0374
Skala	1			

Źródło: obliczenia własne.

Parametry stojące przy zmiennych objaśniających są statystycznie istotne. Również obydwa wyrazy wolne są statystycznie istotne, zatem utworzenie transformacji zmiennej Y na zmienną porządkową Y3 było zasadne. Wartość statystyki odchylenie D podzielone przez liczbę stopni swobody wyniosła niewiele

powyżej 1 ( $D = 1,06$ ), a więc model dla zmiennej  $Y_3$  można ocenić jako dobrze dopasowany.

W tabeli 7 zamieszczono tablicę klasyfikacji przypadków na podstawie modelu, którego oszacowanie przedstawiono w tabeli 6.

**Tabela 7**

Tablica klasyfikacji przypadków dla zmiennej  $Y_3$

Obserwowa ne	Przewidywane		
	$Y_3=0$	$Y_3=1$	$Y_3=2$
$Y_3=0$	17	10	24
$Y_3=1$	4	16	50
$Y_3=2$	7	13	58

Źródło: obliczenia własne.

Współczynnik zliczeniowy  $R^2$ , obliczony na podstawie tabeli 7 wynosi 45,73%. Wynik ten jest bliski połowie wszystkich przypadków i można go uznać za zadowalający.

W następnej kolejności zbudowano tablice korelacyjne zmiennej  $Y$  transformowanej na zmienną  $Y_3$  z jakościowymi zmiennymi objaśniającymi, czyli  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_5$ ,  $X_7$ ,  $X_8$ ,  $X_9$ ,  $X_{10}$  oraz  $X_{11}$ . Na podstawie otrzymanych tablic korelacyjnych przeprowadzono testy niezależności  $\chi^2$ . Tablice korelacyjne, wyznaczone na ich podstawie wartości statystyki  $\chi^2$  oraz wartości krytyczne  $\chi^2_\alpha$  (dla  $\alpha = 0,05$ ) zamieszczono w tabeli 8.

**Tabela 8**

Tablice korelacyjne zmiennej  $Y_3$  z jakościowymi zmiennymi objaśniającymi oraz wartości statystyki  $\chi^2$  z próby i wartości krytyczne dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$

Wariant	$Y_3=0$	$Y_3=1$	$Y_3=2$
$X_3=LA$	28	30	38
$X_3=LB$	17	24	18
$X_3=PA$	6	13	18
$X_3=PB$	0	3	4
$\chi^2$	7,38	$\chi^2_\alpha$	12,59
$X_4=0$	7	5	7
$X_4=1$	44	65	71
$\chi^2$	1,53	$\chi^2_\alpha$	5,99
$X_5=0$	25	40	43

X5=1	26	30	35
$\chi^2$	<b>0,82</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>
X7=0	28	23	21
X7=1	50	47	30
$\chi^2$	<b>0,89</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>
X8=0	28	54	54
X8=1	23	16	24
$\chi^2$	<b>6,79</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>
X9=0	13	29	30
X9=1	38	41	48
$\chi^2$	<b>3,54</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>
X10=0	24	35	35
X10=1	27	35	43
$\chi^2$	<b>0,39</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>
X11=0	29	48	55
X11=1	22	22	23
$\chi^2$	<b>2,82</b>	$\chi^2_\alpha$	<b>5,99</b>

*Źródło:* obliczenia własne.

Umieszczone w tabeli 8 wartości statystyki  $\chi^2$  z próby wyznaczone na podstawie każdej tablicy korelacyjnej są mniejsze od odpowiedniej wartości krytycznej  $\chi^2_\alpha$  dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ . Zatem w żadnym z tych przypadków nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niezależności zmiennej Y3 z każdą z jakościowych zmiennych objaśniających. Dlatego też model logitowy porządkowy dla zmiennej Y3 nie został rozszerzony o zmienne objaśniające jakościowe.

Kolejnym oszacowanym modelem był model logitowy porządkowy dla zmiennej zależnej Y4. W modelu uwzględniono te same zmienne objaśniające, co w poprzednich modelach, czyli powierzchnię (X1) oraz cenę (X2). Oszacowanie tego modelu zamieszczono w tabeli 9.

Podobnie jak w modelu dla zmiennej zależnej Y3, wszystkie parametry stojące przy zmiennych objaśniających są statystycznie istotne. Wartość statystyki odchylenie D podzielone przez liczbę stopni swobody wyniosła trochę poniżej 1 ( $D = 0,82$ ), a więc model dla zmiennej Y4 również można ocenić jako dobrze dopasowany.

**Tabela 9**

Oszacowanie modelu logitowego porządkowego dla zmiennej Y4

	Ocena	Błąd standardowy	Statystyka Walda	p
Wyraz wolny 1	-4,5477	0,7967	32,5855	0,0000
Wyraz wolny 2	-3,4565	0,7631	20,5176	0,0000
Wyraz wolny 3	-1,8704	0,7324	6,5216	0,0107
Powierzchnia	0,0184	0,0061	9,0907	0,0026
Cena	0,0002	0,0001	4,2914	0,0383
Skala	1			

*Źródło:* obliczenia własne.

W tabeli 10 zamieszczono tablicę klasyfikacji przypadków na podstawie modelu, którego oszacowanie przedstawiono w tabeli 9.

**Tabela 10**

Tablica klasyfikacji przypadków dla zmiennej Y4

Obserwowane	Przewidywane			
	Y3=0	Y3=1	Y3=2	Y3=3
Y3=0	2	0	10	10
Y3=1	3	0	11	15
Y3=2	1	0	19	50
Y3=3	1	0	19	58

*Źródło:* obliczenia własne.

Współczynnik zliczeniowy  $R^2$ , obliczony na podstawie tabeli 10 wynosi 39,70%. Jest on niższy niż w przypadku modelu dla zmiennej zależnej Y3. Dodatkowo w kolumnie drugiej znalazły się wyłącznie zera, zatem model ten do kategorii „1” nie zaklasyfikował żadnego przypadku. Świadczy to o tym, że transformacja zmiennej Y na cztery warianty (czyli zmienna Y4) nie była zasadna. Wystarczyły 3 warianty, czyli transformacja na zmienną Y3.

#### 4. Wnioski

W tablicy klasyfikacji przypadków (tabela 7), model dla zmiennej zależnej Y3 zaklasyfikował najwięcej mieszkań do kategorii 2, czyli sprzedaży szybkiej. W rzeczywistości tak jednak nie było – przyczyną mogła być zmiana tendencji na rynku mieszkaniowym po 2008 roku.

Przedstawiona w artykule analiza wskazuje na istotny wpływ ceny 1 m<sup>2</sup> oraz powierzchni oferowanego mieszkania na szybkość sprzedaży. Najczęściej szybka



sprzedaż na analizowanym rynku oznaczała czas do trzech miesięcy oferowania mieszkania w systemie MLS.

W analizowanych modelach zmienne jakościowe mimo że ważne jako cechy decydujące o preferencjach nabywców mieszkań, nie okazały się statystycznie istotne. Sytuacja taka wskazuje na duże zróżnicowanie preferencji nabywców na rynku mieszkaniowym, a głównym – wspólnym dla uczestników rynku kryterium – jest cena jednostkowa mieszkania oraz jego powierzchnia. Takie podejście świadczy o słabej kondycji finansowej nabywców mieszkań na analizowanym rynku.

## 5. Literatura

- CRAMER J.S. 2003. *Logit Models from Economics and Other Fields*. Cambridge University Press, Cambridge.
- FORYS I. 2006. *Popyt, podaż a potrzeby mieszkaniowe*. Prognoza popytu i podaży na rynku mieszkaniowym w świetle zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych ludności /projekt badawczy pod kierunkiem I. Forys finansowany przez KBN/ US Szczecin.
- FORYS I. 2010. *Analiza trwania w badaniu mobilności mieszkaniowej gospodarstw domowych w: Współczesne problemy modelowania i prognozowania zjawisk społeczno - gospodarczych* pod red. J. Pocięchy. Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie / w druku/.
- FORYS I. 2010. *Model proporcjonalnego hazardu Coxa w analizie transakcji mieszkaniowych*. Folia Oeconomica Stetinensia, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin /w druku/.
- FORYS I. 2010. *Wykorzystanie metod taksonomicznych do wyboru obiektów podobnych w procesie szacowania lokali mieszkalnych*, w: *Studia i Materiały TNN Vol 18 Nr 1*, Olsztyn.
- GRUSZCZYŃSKI M. 2001. *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*. Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa.
- KLEINBAUM D.G., KLEIN M. 2002. *Logistic Regression*. Springer, New York.
- MĄCZYŃSKA E., PRYSTUPA M., RYGIEL K. 2004. *Ile jest warta nieruchomości?*, Wydawnictwo Poltext, Warszawa.
- STANISZ A. 2007. *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem StatisticaPL na przykładach z medycyny*. Tom II. *Modele liniowe i nieliniowe*. StatSoft Polska, Kraków.

# APPLYING THE ORDINAL LOGIT MODEL TO THE WARSAW HOUSING MARKET ANALYSIS

**Barbara Batóg, Iwona Foryś**

*Department of Econometrics and Statistics*

*University of Szczecin*

e-mail: *batog@wneiz.pl, forys@wneiz.pl*

**Key words:** *ordinal logit model, housing market*

## **Abstract**

In the article the Authors present the results of some research on Warsaw housing market in 2009. The analyzed data on house transactions came from brokering system MLS WSPON. Every apartment is described by many quantitative and qualitative variables, among them the date of entering and the date of leaving the system because of the sale. The duration of an offer was set as the dependent variable directly or after the transformation into the ordinal variable. Therefore the ordered logit models were applied. The biggest influence on the quick transaction had the price of square meter and the area of the apartment. This approach is quite new on the house market and is the supplement to the statistical methods used so far.



# EKONOMETRYCZNA WYCENA NIERUCHOMOŚCI W ASPEKCIE TWIERDZENIA FRISCHA – WAUGHA – STONE’A

**Sebastian Kokot, Mariusz Doszyń**  
*Uniwersytet Szczeciński*  
*Katedra Ekonometrii i Statystyki*  
*e-mail: sebastiankokot@o2.pl; madosz@wp.pl*

**Słowa kluczowe:** *wycena nieruchomości, twierdzenie Frischa – Waugh’a – Stone’a, regresja.*

## **Streszczenie**

W artykule przedstawiono rozważania nad zastosowaniem modeli regresji z jedną zmienną objaśniającą do wyceny nieruchomości, z wyeliminowaniem wpływu pozostałych zmiennych objaśniających na zmienną objaśniającą w danym równaniu. Oszacowano modele z pojedynczymi zmiennymi objaśniającymi, z uwzględnieniem wpływu pozostałych zmiennych objaśniających na daną zmienną objaśniającą. Do eliminacji wpływu zmiennych objaśniających zastosowano twierdzenie Frischa – Waugh’a – Stone’a. Analizy teoretyczne uzupełnione zostały badaniem empirycznym, na podstawie którego wyceniona została przykładowa nieruchomość.

## **1. Wprowadzenie**

Wycena nieruchomości z wykorzystaniem ekonometrycznych modeli regresji stanowi często podejmowaną próbę zastosowania metody analizy statystycznej rynku. Uzyskiwane rezultaty bywają dyskusyjne, głównie ze względu na trudności ze spełnieniem szeregu warunków formalnych przy konstruowaniu modelu. Specyfika rynku nieruchomości nie do końca współgra z wymogami jakie powinien spełniać dobry model ekonometryczny. Chodzi tutaj m.in. o takie kwestie jak współliniowość zmiennych objaśniających, trudności z określaniem typu relacji między zmiennymi, heteroskedastyczność składnika losowego, efekty katalizy i braku koincydencji, jakościowy charakter zmiennych, brak odpowiednich danych, ect.

Próby stosowania takich modeli regresyjnych do wyceny nieruchomości są podejmowane i opisywane w Polsce od kilku lat. Liczny zbiór takich modeli przedstawiono w pracy *Przegląd propozycji określania wartości rynkowej nieruchomości z wykorzystaniem modeli ekonometrycznych* (PAWLUKOWICZ 2001). Analiza dorobku teoretycznego oraz próby jego aplikacji w rzeczywistości wskazują jednak, że modele takie zwykle nie dają zadawalających wyników. Specyfika rynku

nieruchomości często powoduje, że założenia teorii statystyki, co do warunków w jakich modele takie mogą być budowane i stosowane są trudne do spełnienia. W efekcie uzyskiwane modele cechuje np. brak sensownej interpretacji ekonomicznej parametrów strukturalnych. Zwrócił na to uwagę Prystupa w pracy *O potrzebie dalszych prac nad zastosowaniem regresji wielorakiej w wycenie nieruchomości* (PRYSTUPA 2000) w nawiązaniu do pracy *Podjęcie porównawcze w szacowaniu nieruchomości* (ŻRÓBEK, BEŁEJ 2000). Z kolei w pracy *Regresja wieloraka a wycena nieruchomości* (HOZER 2001) akcentowane są uwarunkowania jakie są nałożone na stosowanie w praktyce modeli regresji wielorakiej: „Aby model regresji wielorakiej nadawał się do wykorzystania (stosowania) muszą być spełnione następujące warunki:

- 1) Istnieje dobra teoria, pozwalająca na wyspecyfikowanie zbioru istotnych zmiennych objaśniających.
- 2) Istotne zmienne objaśniające są mierzalne.
- 3) Istnieją dane statystyczne o wszystkich zmiennych i są dostępne.
- 4) Zmienne objaśniające są silnie związane ze zmienną objaśnianą i nie są powiązane pomiędzy sobą.
- 5) Zmienne objaśniające cechują się wystarczająco dużą zmiennością.
- 6) Bezpośrednio w modelu uwzględnione są wszystkie najważniejsze zmienne objaśniające.
- 7) Trafnie dobrana jest postać analityczna modelu, czyli funkcja matematyczna.
- 8) Oszacowane relacje są stabilne.

Istnieją jeszcze warunki typowo statystyczne: nielosowość zmiennych objaśniających, tzw. czysty składnik losowy, itp.”

Badania nad eliminacją wspomnianych trudności są podejmowane relatywnie rzadko, zarówno w literaturze z zakresu wyceny nieruchomości, jak i w praktyce. Zwykle też okazuje się, że eliminacja jednego problemu, jak np. różnych rodzajów zależności pomiędzy zmiennymi objaśniającymi, a zmienną objaśnianą niesie ze sobą nowe problemy, takie jak np. obciążenie estymatorów parametrów. W pracy *Model wielu regresji pojedynczych w wycenie nieruchomości* (KOKOT 2004) przedstawiono koncepcję wykorzystania metod regresyjnych do modelowania wartości wycenianej nieruchomości wiele razy, za każdym razem jako funkcji (liniowej bądź nieliniowej) innej zmiennej objaśniającej (cechy rynkowej nieruchomości). Ostateczna wartość została obliczona jako średnia ważona z wartości uzyskanych przez podstawienie skwantyfikowanych cech nieruchomości wycenianej do poszczególnych funkcji. Wagami tej średniej są wagi cech rynkowych. Zaprezentowane w dalszej części artykułu rozważania stanowią próbę rozwinięcia badania modelu wielu regresji pojedynczych poprzez eliminację problemu obciążoności parametrów strukturalnych uzyskiwanych w toku budowy modelu równań regresji pojedynczych.

## 2. Metodyka badania

Zgodnie z twierdzeniem Frischa - Waugha - Stone'a estymatory uzyskane z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów (MNK) dla regresji jednoczesnej i skorygowanej są identyczne (HOZER, ZAWADZKI 1990).

Przyjmijmy, iż dany jest następujący liniowy model regresji jednoczesnej:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + u_i, \quad (1)$$

gdzie

- $y_i$  - zmienna objaśniana,
- $x_{1i}, x_{2i}$  - zmienne objaśniające,
- $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  - parametry strukturalne,
- $u_i$  - składnik losowy.

Dany jest ponadto model:

$$x_{1i} = \beta_0 + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i, \quad (2)$$

gdzie

- $\varepsilon_i$  - składnik losowy.

Jeżeli przez  $z_i$  oznaczymy różnicę  $z_i = x_{1i} - \beta_0 - \beta_2 x_{2i}$ , gdzie parametry  $\beta_0, \beta_2$  oszacowane zostały MNK to uzyskujemy równanie regresji skorygowanej:

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 z_i + \xi_i. \quad (3)$$

Jeżeli wszystkie parametry powyższych równań oszacowane zostały MNK to z twierdzenia Frischa - Waugha - Stone'a wiadomo, że  $\gamma_1 = \hat{\alpha}_1$ .

Wynika z tego, iż wpływ danej zmiennej na zmienną objaśnianą można oszacować:

- 1) albo wprowadzając ją bezpośrednio do modelu z innymi zmiennymi objaśniającymi (model (1)),
- 2) albo poprzez wcześniejsze wyeliminowanie wpływu innych zmiennych objaśniających na daną zmienną objaśniającą i oszacowanie modelu z resztami jako zmienną objaśniającą (model (3)).

Podejście bazujące na twierdzeniu Frischa - Waugha i jego uogólnieniu dokonanym przez Stone'a może okazać się użyteczne przy ekonometrycznej, indywidualnej wycenie nieruchomości.

Jak już nadmieniono modele regresji wielorakiej typu (1) nie mogą być stosowane do wyceny nieruchomości m.in. ze względu na takie zjawiska jak

występowanie statystycznej współliniowości zmiennych objaśniających, czy brak liniowości związków między zmiennymi<sup>3</sup>. W związku z tym w literaturze pojawiają się alternatywne propozycje. Jedną z nich jest model wielu regresji pojedynczych, patrz (KOKOT 2004). W podejściu tym eliminuje się problem nieliniowości związków między zmiennymi, jednak jego wadą jest to, iż uzyskane w ten sposób oceny parametrów zazwyczaj są obciążone, patrz (DOSZYŃ 2011).

Ogólnie mówiąc dzieje się tak dlatego, że na cenę nieruchomości wpływa więcej niż jeden atrybut. Szacowanie modeli z jedną zmienną objaśniającą powoduje więc to, iż oszacowane parametry uwzględniają też po części wpływ pominiętych zmiennych. Efektem pominięcia istotnych zmiennych objaśniających jest więc obciążenie estymatorów parametrów wynikające z tego, iż uwzględnione w modelu zmienne odzwierciedlają do pewnego stopnia również wpływ pominiętych (w danym równaniu) zmiennych objaśniających.

Do wyceny nieruchomości można zastosować podejście bazujące na twierdzeniu Frischa - Waugha - Stone'a. Cena nieruchomości jest wtedy wyznaczana jako średnia (średnia ważona) cen wyznaczonych na podstawie modeli z pojedynczymi zmiennymi objaśniającymi, przy czym we wcześniejszym etapie eliminuje się wpływ pozostałych zmiennych objaśniających na zmienną objaśniającą występującą w danym równaniu.

Jeżeli pomiędzy zmiennymi występują relacje liniowe i nie zostanie pominięta żadna zmienna to uzyskane w ten sposób oceny parametrów będą takie jak oceny parametrów otrzymane po oszacowaniu modelu regresji wielorakiej. Jest to wniosek wynikający z twierdzenia Frischa - Waugha - Stone'a. Jednak często relacje między zmiennymi nie są liniowe oraz nie wszystkie zmienne objaśniające muszą wpływać na siebie istotnie, co daje możliwość stosowania proponowanego podejścia.

Założmy, iż na analizowanym rynku na ceny nieruchomości istotnie wpływają trzy atrybuty:  $x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}$ . Szacowany model będzie modelem wielorównaniowym prostym, składającym się z trzech niekoniecznie liniowych równań, w których zmiennymi objaśniającymi będą odpowiednie reszty (otrzymane poprzez eliminację wpływu pozostałych zmiennych objaśniających).

Zmienna objaśniająca  $j$  - tego równania jest wyznaczana następująco:

$$z_j = x_{ji} - \hat{x}_{ji}, j=1,2,\dots,k, \quad (4)$$

gdzie

$k$  - liczba zmiennych objaśniających (atrybutów),

$\hat{x}_{ji}$  - wartości teoretyczne wyznaczone na podstawie modelu:

---

<sup>3</sup> Szczegółowy opis problemów wiążących się ze stosowaniem modeli regresji wielorakiej do wyceny nieruchomości zawierają prace (Hozer, 2001), (Hozer, 2008).

$$x_{ji} = f(x_{li}, \eta_{ji}), \quad (5)$$

gdzie

$$l = 1, 2, \dots, k, \quad l \neq j$$

$\eta_{ji}$  – składnik losowy<sup>4</sup>.

Model (5) to funkcja w której zmiennymi objaśniającymi są wszystkie inne niż  $j$  – ta zmienna objaśniająca (wszystkie zmienne objaśniające z wyłączeniem danej zmiennej objaśniającej).

Dla rozważanego modelu z trzema zmiennymi objaśniającymi mamy:

$$x_{1i} = f(x_{2i}, x_{3i}, \eta_{1i}) \quad (6)$$

$$x_{2i} = f(x_{1i}, x_{3i}, \eta_{2i}) \quad (7)$$

$$x_{3i} = f(x_{1i}, x_{2i}, \eta_{3i}). \quad (8)$$

Po oszacowaniu równań wyznaczamy wartości zmiennych objaśniających  $z_j = x_{ji} - \hat{x}_{ji}, j=1, 2, \dots, k$ , a następnie szacujemy parametry następujących równań:

$$y_{ji} = f(z_{ji}, \xi_{ji}). \quad (9)$$

Dla  $j=1, 2, 3$  otrzymujemy:

$$y_{1i} = f(z_{1i}, \xi_{1i}) \quad (10)$$

$$y_{2i} = f(z_{2i}, \xi_{2i}) \quad (11)$$

$$y_{3i} = f(z_{3i}, \xi_{3i}). \quad (12)$$

W ostatnim etapie uzyskane wartości teoretyczne cen  $\hat{y}_{ji}$  ( $j=1, 2, \dots, k$ ) uśredniamy i uzyskujemy ostateczną teoretyczną wartość ceny nieruchomości.

### 3. Przykład empiryczny

Poniżej, wykorzystując dane przedstawione w pracy *Model wielu regresji pojedynczych w wycenie nieruchomości* (KOKOT 2004) oszacowano parametry strukturalne wyżej omówionych modeli. Zmienna objaśniana ( $y_{ki}$ ) to cena

---

<sup>4</sup> Do oznaczenia funkcji stosowany jest w każdym przypadku symbol ' $f$ ' co jednak nie oznacza, iż wszystkie prezentowane modele muszą mieć identyczne postaci analityczne.



nieruchomości, za atrybuty przyjęto takie zmienne jak:  $x_{1i}$  – docieplenie budynku (0 – brak, 1 – jest),  $x_{2i}$  – standard lokalu (1 – podstawowy, 2 – podwyższony, 3 – wysoki),  $x_{3i}$  – lokalizacja (1 – niekorzystna, 2 – korzystna),  $x_{4i}$  – usytuowanie lokalu w budynku (1 – niekorzystne, 2 – średnie, 3 – bardzo dobre),  $x_{5i}$  – powierzchnia<sup>5</sup>. Jak widać zmienne w zdecydowanej większości przypadków wyrażone są na skali porządkowej. Zmienna  $x_{1i}$  mierzona jest z wykorzystaniem skali nominalnej, natomiast zmienna  $x_{5i}$  – na skali przedziałowej.

Szacując modele w których zmiennymi objaśnianymi są atrybuty nieruchomości odrzucono zmienne objaśniające nieistotne statystycznie (poziom istotności  $\alpha = 0,05$ ).

Modele liniowe dla poszczególnych zmiennych objaśniających są następujące:

$$\hat{x}_{1i} = 1,025 - 0,010x_{5i}$$

$$\hat{x}_{2i} = 1,158 + 0,384x_{3i}$$

$$\hat{x}_{3i} = 1,204 + 0,409x_{4i}$$

$$\hat{x}_{4i} = 1,133 + 0,429x_{3i}$$

$$\hat{x}_{5i} = 60,792 - 10,525x_{1i}$$

Powyższe modele charakteryzują związki współlistnienia między poszczególnymi zmiennymi objaśniającymi. Okazało się, iż przy poziomie istotności 0,05 istotny statystycznie w każdym przypadku jest wpływ tylko jednej zmiennej objaśniającej. Zauważyć można częstą symetrię współlistnienia. Zmienna  $x_{5i}$  wpływa istotnie na  $x_{1i}$ , a zmienna  $x_{1i}$  na zmienną  $x_{5i}$ . Zmienna  $x_{4i}$  istotnie wpływa na  $x_{3i}$ , a zmienna  $x_{3i}$  na zmienną  $x_{4i}$ . Powiązania pomiędzy atrybutami przedstawia rysunek 1.

Równania typu (9) po oszacowaniu są następujące:

$$\hat{y}_{2i} = 1775,940 + 126,381z_{2i}$$

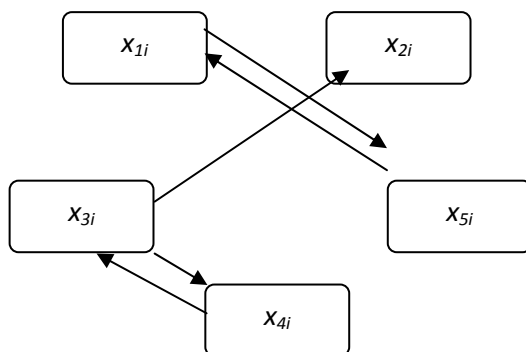
$$\hat{y}_{3i} = 1775,940 + 73,679z_{3i}$$

$$\hat{y}_{5i} = 1775,940 - 4,070z_{5i}$$

Oceny parametrów powyższych modeli są istotne przy poziomie istotności 0,05. Wpływ reszt uzyskanych na podstawie modeli w których zmienną objaśnianą były zmienne  $x_{1i}$  oraz  $x_{4i}$  nie był istotny statystycznie. Przyjęto, iż najlepszym

<sup>5</sup> Szczegółowy opis bazy danych zawiera artykuł (KOKOT, 2004).

przybliżeniem analizowanych zależności jest w każdym przypadku postać liniowa.



**Rys.1.** Powiązania między atrybutami (związki współlistnienia). *Źródło:* opracowanie własne.

Na podstawie oszacowanych równań wyceniony został lokal o wariantach atrybutów przedstawionych w tabeli 1.

**Tabela 1**

Opis wycenianego lokalu pod kątem wyróżnionych cech rynkowych

Cecha	Kategoria cechy	Kwantyfikacja
Docieplenie budynku	jest	1
Standard. lokalu	podwyższony	2
Lokalizacja ogólna	korzystna	2
Usytuowanie lokalu w budynku	bardzo dobre	3
Powierzchnia lokalu	56,2 m <sup>2</sup>	2

*Źródło:* (KOKOT 2004).

Wartość (uśredniona) wycenianego lokalu uzyskana na podstawie oszacowanych modeli to 1760,423 zł/m<sup>2</sup>. Wartość otrzymana po zastosowaniu modelu wielu regresji pojedynczych jest równa 1794,82 zł/m<sup>2</sup>, natomiast cena uzyskana na podstawie modelu regresji wielorakiej wyniosła 1780,77 zł/m<sup>2</sup>, (Kokot 2004). Jak widać otrzymane wyniki są do siebie zbliżone.

Reasumując, proponowana ekonometryczna metoda indywidualnej wyceny nieruchomości eliminuje takie problemy jak obciążoność estymatorów parametrów, czy też brak liniowości związków między zmiennymi.

W przedstawionym przypadku nie pojawiła się również kwestia współliniowości zmiennych objaśniających ponieważ w modelach w których

zmiennymi objaśnianymi były atrybuty nieruchomości istotny w każdym przypadku był wpływ tylko jednej zmiennej objaśniającej. Jednak sytuacja taka nie zawsze będzie występować co oznacza, iż w modelach typu (5), a więc w modelach atrybutów nieruchomości, mogą pojawiać się takie zjawiska jak efekt katalizy czy braku koincydencji.

Zaletą proponowanego podejścia jest, jak to już zostało wspomniane, wyeliminowanie takich negatywnych zjawisk jak obciążoność estymatorów parametrów oraz brak liniowości związków między zmiennymi.

#### **4. Literatura:**

- DOSZYŃ M. 2011. *Ekonometryczna wycena nieruchomości*. Prace KEiS, US Szczecin (maszynopis).
- HOZER J. 2001. *Regresja wieloraka a wycena nieruchomości*. Rzeczoznawca Majątkowy nr 2.
- HOZER J. ZAWADZKI J. 1990. *Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych*. PWN.
- KOKOT S. 2006. *Model wielu regresji pojedynczych w wycenie nieruchomości*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, „Analiza i modelowanie rynku nieruchomości na potrzeby wyceny” volume 12, nr 1, Olsztyn, 2004.
- MADDALA G.S. 2006. *Ekonometria*. PWN.
- PAWLUKOWICZ R. 2001. *Przegląd propozycji określania wartości rynkowej nieruchomości z wykorzystaniem modeli ekonometrycznych*. Zeszyty Naukowe U.S. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki „Mikroekonometria w teorii i praktyce”, Szczecin.
- PRYSTUPA M. 2000. *O potrzebie dalszych prac nad zastosowaniem regresji wielorakiej w wycenie nieruchomości*. Rzeczoznawca Majątkowy, nr 4, 2000.
- Wycena Nieruchomości*. 2008. Red. J. Hozer, KEiS US, IADiPG w Szczecinie, Szczecin.
- ŹRÓBEK S., BEŁEJ M. 2000. *Podejście porównawcze w szacowaniu nieruchomości*. Educaterra, Olsztyn.

# ECONOMETRIC EVALUATION OF REAL ESTATES IN CONTEXT OF FRISCH-WAUGH – STONE THEOREM

**Sebastian Kokot, Mariusz Doszyń**  
*University of Szczecin*  
*Department of Econometrics and Statistics*  
email: *sebastiankokot@o2.pl; madosz@wp.pl*

**Key words:** *real estate's evaluation, Frisch – Waugh – Stone theorem, econometric models.*

## **Abstract**

In the article considerations concerning regression models with one explanatory variable in real estate's assessment with elimination of other explanatory variables' impact were presented. Models with single explanatory variables with respect to influence of remaining explanatory variables in given equation were estimated.

Elimination of other explanatory variables' impact was made on the basis of Frisch – Waugh – Stone theorem. Theoretical considerations were completed by empirical analysis in which exemplary real estate was evaluated.



# DEMOGRAFICZNE UWARUNKOWANIA ROZWOJU MIESZKALNICTWA I RYNKU MIESZKANIOWEGO

**Lechosław Nykiel**

*Katedra Inwestycji i Nieruchomości*

*Uniwersytet Łódzki*

e-mail: [realest@uni.lodz.pl](mailto:realest@uni.lodz.pl)

**Słowa kluczowe:** *rynek mieszkaniowy, mieszkalnictwo, budownictwo mieszkaniowe*

## **Streszczenie**

W opracowaniach poświęconych mieszkalnictwu jako czynniki kształtujące rynek mieszkaniowy najczęściej wymienia się dostępność kredytów, ceny gruntów czy ceny robót budowlanych, pomija się natomiast lub traktuje marginalnie sytuację demograficzną. W rzeczywistości to właśnie sytuacja demograficzna w zestawieniu z aktualną sytuacją mieszkaniową ma kluczowe znaczenie dla oceny potrzeb mieszkaniowych, a w konsekwencji także popytu mieszkaniowego. Za elementy sytuacji demograficznej o istotnym znaczeniu dla rynku mieszkaniowego należy przyjąć liczbę ludności i jej strukturę wiekową, ruch naturalny ludności, liczbę i strukturę gospodarstw domowych, liczbę ludności w wieku tworzenia gospodarstw domowych, skalę i kierunki migracji wewnętrznej i zagranicznej oraz skalę urbanizacji. Na przestrzeni ostatnich kilkudziesięciu lat we wszystkich tych zjawiskach następowały daleko idące zmiany silnie wpływając na skalę potrzeb mieszkaniowych i siłę społecznej presji na sferę mieszkalnictwa.

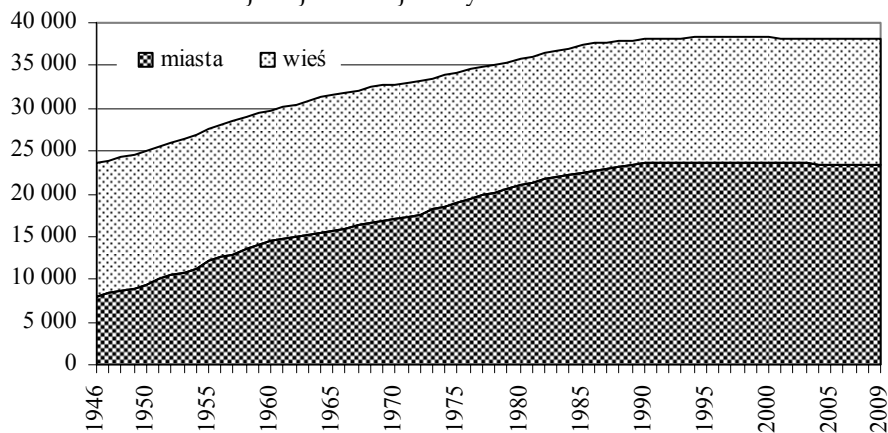
## **1. Wprowadzenie**

W większości publikacji poświęconych charakterystyce czy analizie rynku mieszkaniowego, najczęściej, jako czynniki kształtujące ten rynek, wymienia się dostępność kredytów, dostępność i ceny gruntów czy ceny robót budowlanych, pomija się natomiast lub traktuje marginalnie sytuację demograficzną. Celem tego opracowania jest wykazanie, że to właśnie sytuacja demograficzna w zestawieniu z aktualną sytuacją mieszkaniową ma kluczowe znaczenie dla oceny aktualnych i przyszłych potrzeb mieszkaniowych i tempa ich zaspakajania. Jest oczywiste, że potrzeby mieszkaniowe nie są tożsame z popytem mieszkaniowym, ale właśnie rozbieżność między potrzebami a efektywnym popytem jest w większości rozwiniętych państw czynnikiem różnicującym formy zaspakajania potrzeb mieszkaniowych, od najmu ze wsparciem publicznym (mieszkania socjalne) poprzez najem rynkowy, udział we własności lub współwłasność, aż po pełną własność. Rozbieżność ta jest też powodem podejmowania przez państwo działań wspierających rynek mieszkaniowy a nawet bardziej bezpośrednich, służących

zapewnieniu mieszkań osobom które nie są w stanie pozyskać ich na zasadach rynkowych. Warto tu wspomnieć przykład Szwecji, która z naszego punktu widzenia ma wspaniale zaspokojone potrzeby mieszkaniowe (44,4 m<sup>2</sup> powierzchni mieszkań na jednego mieszkańca – 2-krotnie więcej niż u nas), jednak głośno mówi się tam o potrzebie budowy nowych mieszkań, bowiem w latach osiemdziesiątych miał tam miejsce wyż demograficzny i obecnie pokolenie to wchodzi w wiek zakładania gospodarstw domowych. Przewodniczący Międzynarodowej Unii Lokatorów (International Union of Tenants) Szwed Sven Carlson na konferencji w Brukseli (IUT, 2008) powiedział że, „pomimo iż jest stawiana za wzór, Szwecja też boryka się z problemami mieszkaniowymi. Potrzeba, aby w ciągu 2 lat powstało 550 tysięcy mieszkań, głównie dla osób młodych. W tym celu państwo wspiera firmy budowlane budujące budynki z mieszkaniem społecznym”.

## 2. Ogólna liczba ludności

Liczba ludności polski stosunkowo szybko rosła w latach 1946-1990 i zwiększyła się w tym czasie o 61,4 %, było to wyłącznie efekt przyrostu naturalnego, bowiem migracje transgraniczne nie odgrywały znaczącej roli (w latach 1947-1990 saldo migracji zagranicznych było ujemne i wyniosło ok. 1,1 mln osób). W wyniku migracji wewnętrznych cały przyrost liczby ludności koncentrował się w miastach. W okresie 1946-1990 liczba ludności miast wzrosła niemal 3-krotnie, a liczba mieszkańców wsi zmniejszyła się o ok. 7 %, zatem stale rósł udział ludności miejskiej. Ilustruje to rysunek 1.



**Rys. 1.** Liczba ludności Polski w latach 1946-2009 z podziałem na miasto i wieś (mln osób). Źródło: opracowanie własne na podst. danych GUS.

Kolejne lata przyniosły spowolnienie tego wzrostu, maksymalną wartość liczba ludności Polski osiągnęła w 1996 r. i wyniosła wówczas 38.294 tys. osób. Od 1997 roku notujemy powolny, ale systematyczny spadek liczby ludności i to pomimo obserwowanego w tym czasie wydłużenia się średniej długości życia. W ostatnich

latach w wiek tworzenia gospodarstw domowych zaczęło wchodzić pokolenie wyżu demograficznego z przełomu lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych i przyniosło to niewielki wzrost liczby urodzin. Dzięki temu w 2008 r. trwający od 11 lat spadkowy trend liczby ludności został przełamany, choć zapewne nie na długo, bo według prognoz GUS w dalszych latach liczba ludności będzie systematycznie maleć, przy czym tempo tego spadku będzie coraz wyższe wraz z upływem czasu (PROGNOZA LUDNOŚCI..., 2008).

Trzeba dodać, że wpływ tempa przyrostu liczby ludności na sytuację mieszkaniową i potrzeby mieszkaniowe był u nas znacznie silniejszy niż w innych krajach europejskich. Porównując tylko okres 1950-1990 okazuje się, że w Polsce przyrost ludności był zdecydowanie najwyższy w Europie (tabela 1). Tak ogromny przyrost liczby ludności musiał oznaczać gwałtowny przyrost potrzeb mieszkaniowych, których ówczesne budownictwo mieszkaniowe nie zdołało zaspokoić, choć osiągało stosunkowo dobre wyniki ilościowe.

**Tabela 1**

Przyrost liczby ludności w wybranych krajach europejskich w latach 1950-1990 i 1990-2007 (%)

	1950-1990	1990-2007		1950-1990	1990-2007
Austria	10,7%	8,1%	Luksemburg	29,1%	22,3%
Belgia	15,4%	5,3%	Niderlandy	47,8%	9,5%
Rep. Czeska	16,1%	-1,1%	Norwegia	29,9%	10,3%
Dania	20,5%	6,0%	<b>Polska</b>	<b>53,2%</b>	<b>-0,1%</b>
Finlandia	24,4%	6,0%	Portugalia	18,3%	6,2%
Francja	35,6%	8,5%	Hiszpania	38,7%	13,4%
Niemcy	16,2%	4,2%	Szwecja	22,0%	6,5%
Grecja	34,3%	10,0%	Szwajcaria	43,0%	12,3%
Węgry	11,0%	-3,0%	Wlk. Brytania	13,6%	6,3%
Irlandia	18,1%	19,8%	<b>Ogółem UE</b>	<b>26,0%</b>	<b>4,5%</b>
Włochy	20,4%	3,6%	<b>27</b>		

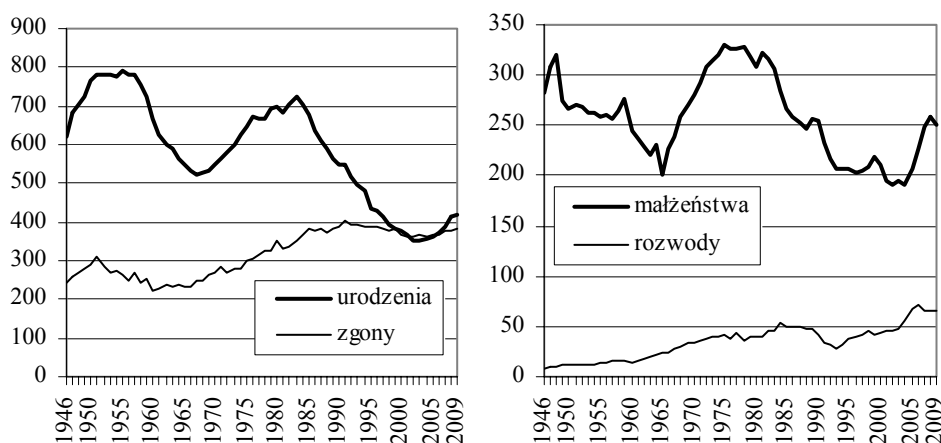
Źródło: opracowanie własne na podst.: *OECD Factbook 2008: Economic, Environmental and Social Statistics*.

Niezależnie od generalnie wzrostowego trendu liczby ludności miejskiej są miasta, gdzie liczba ludności systematycznie maleje. Szczególnie widać to w Łodzi i Katowicach. Tylko w latach 1995-2009 liczba ludności Łodzi zmniejszyła się o 8,7 %, a Katowic o 10,9 %. Ujemne wskaźniki zmian liczby ludności wystąpiły też w Bydgoszczy, Opolu, Szczecinie, Kielcach i Poznaniu, jednak skala tych spadków była mniejsza i wynikała z pewnych ogólnych zjawisk. Od kilku lat obserwujemy powolną zmianę wzrostowego trendu ludności miejskiej, stabilizuje się lub nawet maleje liczba mieszkańców miast, a rośnie liczba mieszkańców wsi. Jest to jednak



jedynie skutek alokacji budownictwa mieszkaniowego. Wobec niedostatku wolnych terenów budowlanych w granicach miast, lub zbyt wysokich ich cen, część budownictwa jednorodzinnego lokalizowana jest w gminach otaczających duże miasta w tym na terenach wiejskich, np. tylko w latach 1995-2008 liczba ludności w graniczącym z Warszawą powiecie piaseczyńskim zwiększyła się o 53 %, w warszawskim zachodnim o 25 %, a w legionowskim i wołomińskim o 19 %. Podobne zjawiska wystąpiły w innych powiatach sąsiadujących z dużymi miastami, np. w powiecie poznańskim liczba ludności zwiększyła się w tym okresie o 29 %, choć w samym Poznaniu zmalała o 3 %, jednak łącznie w Poznaniu i powiecie poznańskim liczba ludności wzrosła o 6,5 %.

W okresie ostatnich kilkunastu lat zahamowany został przyrost liczby ludności Polski, zachodzą jednak znaczne zmiany w jej strukturze związane z ruchem naturalnym ludności. Największą liczbę zawieranych małżeństw notowano w latach 1972-1983, a jej efektem był wyż demograficzny przełomu lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych. Urodzeni wówczas Polacy są obecnie w wieku tworzenia gospodarstw domowych, a zatem w wieku, w którym występuje zapotrzebowanie na samodzielne mieszkanie. Formalnym potwierdzeniem tego spostrzeżenia jest rosnąca obecnie liczba zawieranych małżeństw. Warto też zwrócić uwagę na rosnącą liczbę rozwodów, bowiem oznacza to dodatkowe zapotrzebowanie na mieszkania (Rysunek 2).



**Rys. 2.** Ruch naturalny ludności Polski w latach 1946-2009 (tys. osób). *Źródło:* Opracowanie własne na podstawie danych GUS

Pomimo utrzymującego się w latach 1997-2007 i przewidywanego na dalsze lata spadku liczby ludności kraju szybko zwiększała się liczba gospodarstw domowych. Przez szereg lat roczne przyrosty liczby gospodarstw domowych przewyższały liczbę oddawanych mieszkań, co oznaczało ciągły wzrost deficytu mieszkań i w efekcie przyczyniało się do wzrostu efektywnego popytu. W latach

2008-2009 nastąpiło zrównoważenie tych wielkości, a obecnie powinno mieć miejsce stopniowe zmniejszanie deficytu (tabela 2).

**Tabela 2**

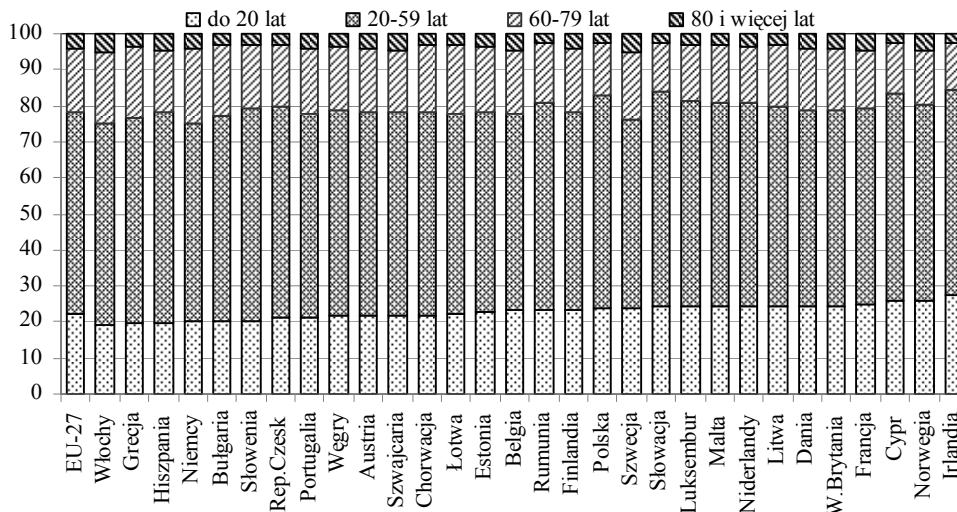
Prognoza liczby gospodarstw domowych do 2034 roku

okres	Liczba gospodarstw domowych		Zmiana liczby gospodarstw domowych	Ludność w gospod. domowych	
	na początek okresu	na koniec okresu		na początek okresu	na koniec okresu
2010-2014	14 388,3	14 742,0	353,7	37 739,3	37 714,2
2015-2019	14 742,0	14 813,2	71,2	37 714,2	37 566,5
2020-2024	14 813,2	14 728,6	-84,6	37 566,5	37 215,4
2025-2029	14 728,6	14 710,1	-18,5	37 215,4	36 626,3
2030-2034	14 710,1	14 759,9	49,8	36 626,3	35 882,4

Źródło: opracowanie własne na podstawie: *Prognoza gospodarstw domowych na lata 2008-2035, GUS, 2010.*

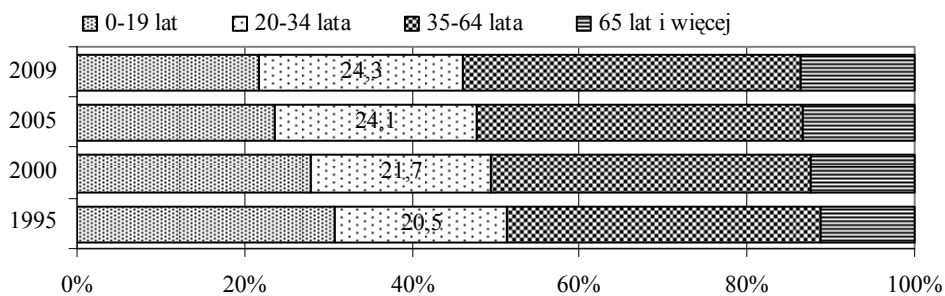
### 3. Struktura wiekowa ludności

Oprócz zmian liczby ludności zmienia się także jej struktura wiekowa. Dla rynku mieszkaniowego szczególne znaczenie ma liczba bezwzględna ludności w wieku tworzenia gospodarstw domowych, a także jej udział w ogólnej liczbie ludności kraju, bo to oznacza tworzące się aktualnie realne zapotrzebowanie na nowe mieszkania. Duże znaczenie ma także liczba i udział ludności w wieku do 20 lat, bo to zapowiada zmiany zapotrzebowania na mieszkania w najbliższych latach. Na tle Europy mamy stosunkowo wysoki odsetek ludzi w wieku tworzenia gospodarstw domowych, co wynika z wyżu demograficznego przełomu lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych, a także stosunkowo wysoki odsetek ludzi młodych – do 20 lat (Rysunek 3). Powinno to już i w najbliższych latach wpływać ożywiająco na rynek mieszkaniowy. Tylko w latach 2000-2006 udział ludności w wieku 20-34 lat zwiększył się z 21,5 % do 24,2 %, co w liczbach bezwzględnych oznacza wzrost o ok. 1 mln osób (Rysunek 4 i 5). Ogólna liczba ludności w tym wieku wynosi obecnie 9,24 mln i ogromna jej część z pewnością potrzebuje samodzielnych mieszkań. Zapotrzebowanie to nie zawsze może się przełożyć na efektywny popyt i na wzór innych krajów powinno być wspierane odpowiednią polityką mieszkaniową.

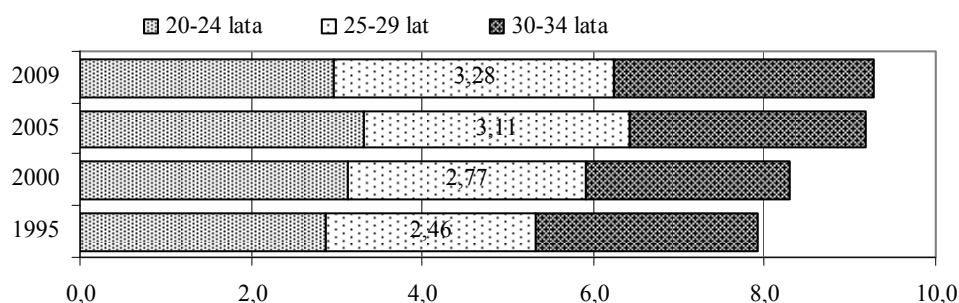


**Rys. 3.** Struktura wiekowa ludności w krajach UE i innych wybranych krajach europejskich Źródło: opracowanie własne na podstawie: Living conditions in Europe, 2008 Edition, EUROSTAT, Luxembourg 2008, s.20.

Nadchodzące lata powinny przynieść zmniejszenie zapotrzebowania na nowe mieszkania, bowiem wyraźnie maleje liczba ludności w wieku do 19 lat, zatem malała będzie liczba ludności w wieku tworzenia gospodarstw domowych. Jednak warunkiem zmniejszenia się w przyszłości presji na wzrost podaży nowych mieszkań jest zaspokojenie potrzeb obecnego pokolenia tworzącego gospodarstwa domowe, jeśli te potrzeby nie zostaną w odpowiednim czasie zaspokojone będą się utrzymywać nadal w następnych latach i kreować tzw. popyt odłożony.



**Rys. 4.** Struktura ludności Polski według wieku w latach 1995-2009 (%). Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS. (mln osób)



**Rys. 5.** Liczba ludności Polski w wieku tworzenia gospodarstw domowych w latach 1995-2009. *Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Popyt na mieszkania zależy nie tylko od zjawisk demograficznych, jest też zależność odwrotna - liczba mieszkań oddawanych do użytku wpływa na liczbę zawieranych małżeństw oraz rodzących się dzieci. Silną korelację tych zjawisk potwierdziły badania obejmujące okres ostatnich 40 lat (WITAKOWSKI, 2007).

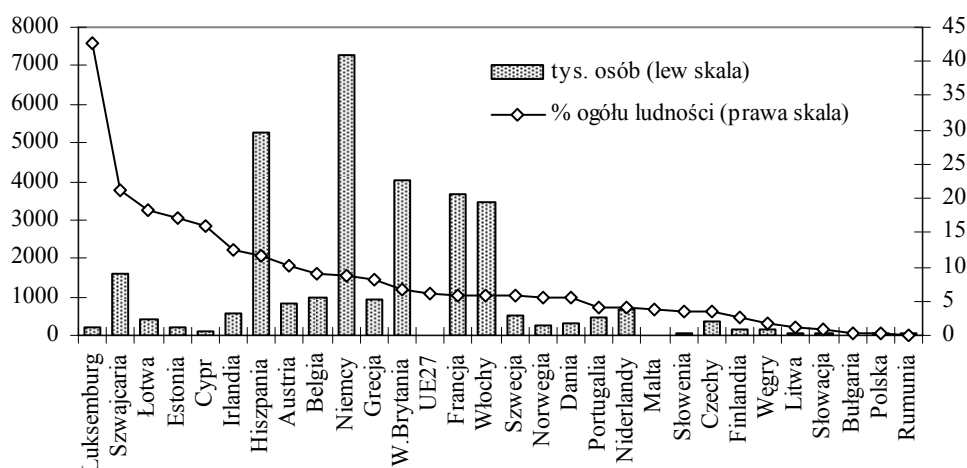
Jednostką tworzącą zapotrzebowanie na mieszkania w jest gospodarstwo domowe. Ich liczba w 2009 r. wynosiła ok. 14,4 mln i według prognoz GUS jeszcze do ok. 2020 roku będzie rosła (PROGNOZA GOSPODARSTW..., 2010). Generalnie przyjmuje się, że potrzeby mieszkaniowe są zaspokojone, jeśli liczba mieszkań jest co najmniej równa liczbie gospodarstw domowych, choć według standardów międzynarodowych powinna być o 5-7 % wyższa z kilku przyczyn;

- zapewnienie swobody migracji wewnętrznych i transgranicznych,
- konieczność likwidowania starych zasobów z powodu wysokiego stopnia zużycia technicznego lub funkcjonalnego,
- konieczność realizacji remontów (dotyczy to szczególnie starych zasobów, w których zakres remontu wymaga wykwaterowania użytkowników mieszkań),
- dostosowywanie mieszkań do zmieniających się wymagań związanych ze zmianą liczby zamieszkujących je osób lub zmianą w poziomie zamożności,
- zwiększanie liczby mieszkań z tytułu zmieniających się wzorców społecznych (malejąca przeciętna liczba osób tworzących gospodarstwo domowe).

Według GUS liczba mieszkań na koniec 2009 r. wynosiła 13,30 mln, zatem niedobór mieszkań należałoby szacować na ok. jeden milion. W rzeczywistości deficyt jest znacznie większy, bowiem podana liczba mieszkań obejmuje także ok. 700 tys. mieszkań niezamieszkałych, zatem deficyt wynosi ok. 1,7 mln mieszkań. Nawet zlikwidowanie tak określonego deficytu i zwiększenie w krótkim czasie liczby mieszkań do 14 mln byłoby niewystarczające. Wielkość 14 mln mieszkań dawałaby wskaźnik liczby mieszkań na 1000 mieszkańców na poziomie 367, podczas gdy w większości krajów UE przekracza 400 a średnia dla UE 25 (bez Bułgarii i Rumunii) wynosi 420 (HOUSING DEVELOPMENT..., 2004).

#### 4. Migracje zagraniczne

Ważnym czynnikiem demograficznym kreującym potrzeby mieszkaniowe są migracje zagraniczne. Publikowane przez różne instytucje szacunki liczby imigrantów w poszczególnych krajach są bardzo rozbieżne ze względu na odmienne definiowanie imigranta – np. mogą to być wszystkie osoby urodzone poza danym krajem lub tylko osoby zamieszkujące w tym kraju, ale nie mające obywatelstwa danego kraju. Według szacunków ONZ w Europie mieszka 64,1 mln imigrantów, a tylko w latach 1990-2005 liczba ta zwiększyła się o 14,6 mln (HABITAT, 2006). Według danych OECD imigranci (osoby urodzone poza granicami kraju) stanowią już 8,3 % ogółu ludności europejskich krajów OECD. Natomiast według danych opublikowanych przez EUROSTAT w 2008 roku liczba imigrantów w państwach Unii Europejskiej wynosiła 30,8 mln osób co stanowiło 6,2 % ogółu mieszkańców, choć w poszczególnych państwach wskaźnik ten jest ogromnie zróżnicowany i waha się od 42,6 % w Luksemburgu do zaledwie 0,1 % w Polsce i Rumunii (rysunek 6).



**Rys. 6.** Liczba i udział w ogólnej liczbie ludności osób pochodzenia obcego w państwach Unii Europejskiej (rok 2008). Źródło: opracowanie własne na podstawie *Citizens of European countries account for the majority of the foreign population in EU-27 in 2008*, EUROSTAT, Statistics in focus 94/2009.

Według danych EUROSTAT opartych na danych krajów przyjmujących imigrantów, w państwach UE największą narodowościową grupę imigrantów stanowią Turcy – 2,42 mln, dalej Marokańscy – 1,73 mln i Rumuni – 1,68 mln. Polacy w tej niezbyt chlubnej statystyce zajmują piąte miejsce z liczbą 1,20 mln emigrantów (według danych GUS liczba emigrantów z Polski do krajów UE wyniosła ok. 1,8 mln osób). Najwięcej naszych emigrantów wybrało sobie Niemcy – 413 tys., gdzie stanowią 5,7 % wszystkich imigrantów i Wielką Brytanię – 393

tys., gdzie Polacy stanowią już największą grupę narodowościową i stanowią 9,9% wszystkich imigrantów (CITIZENS..., 2009). Trudno uniknąć spostrzeżenia, że w przypadku młodych, wykształconych Polaków to właśnie brak możliwości zdobycia samodzielnego mieszkania we własnym kraju jest jedną z najczęstszych przyczyn emigracji. W krajach UE przez kilkanaście lat do 2003 r. obserwowano wzrostowy trend napływu imigrantów, który ostatnio ustabilizował się na poziomie 1,6 - 1,9 mln osób rocznie w skali całej UE i tylko w kilku nowych krajach środkowo- i wschodnioeuropejskich (w tym w Polsce) saldo migracji pozostaje ujemne. Natężenie i charakter procesów migracyjnych podlegają ciągłym zmianom. Zarówno dawniej jak i obecnie jest to przede wszystkim migracja związana z poszukiwaniem pracy i wyższych zarobków, a w niewielkiej części związana z przyczynami politycznymi. Emigracja zarobkowa stanowi główny mechanizm procesów migracyjnych i sprawia, że najszybszy napływ imigrantów obserwuje się w krajach bardzo zamożnych. Warto jednak zwrócić uwagę, że od kilku lat obserwujemy nowy rodzaj migracji związany z poszukiwaniem przez osoby stosunkowo zamożne i nie uzależnione od miejsca pracy (np. zamożni emeryci) nowych miejsc zamieszkania o większej atrakcyjności klimatycznej i krajobrazowej. Bardzo wyraźnie widać to w Hiszpanii, Włoszech i na Cyprze, a od niedawna także w Turcji. W Hiszpanii migracja ta stała się w ostatnich latach jedną z podstawowych przyczyn niebywałego rozwoju budownictwa i rynku mieszkaniowego.

Warto też zwrócić uwagę na znaczne różnice w strukturze imigrantów według kraju pochodzenia. Imigranci z innych państw europejskich stanowią zasadniczą grupę imigrantów w Luksemburgu i Niemczech a także w Szwecji i Finlandii, natomiast we Francji aż ponad 40 % imigrantów stanowią osoby pochodzące z Afryki w tym głównie z francuskojęzycznych krajów arabskich (Maroko, Algieria i Tunezja). W Hiszpanii niemal 40 %, a w Portugalii ok. 20 % imigrantów pochodzi z Ameryki Łacińskiej. Osoby pochodzące z Azji stanowią 26 % ogółu imigrantów w Danii i ok. 20 % w Szwecji, Finlandii i Wlk. Brytanii, natomiast we Francji i Austrii stanowią zaledwie 6 % a w Belgii tylko 4 % (STATISTICAL PORTRAIT..., 2007).

Duży napływ imigrantów i ich znaczący udział w liczbie mieszkańców kraju postawiły ogromne wyzwania przed mieszkalnictwem, tym bardziej, że imigranci trafiali przede wszystkim do dużych miast i zdecydowana większość z nich nie była w stanie nabyć mieszkań na zasadach rynkowych, a zatem ich potrzeby mieszkaniowe musiały być zaspokojone poprzez rozmaite formy czynszowego mieszkalnictwa socjalnego. Fakt, że większość państw zachodnioeuropejskich poradziła sobie z tym problemem i zdołała zapewnić wszystkim, nawet imigrantom o niskich dochodach, samodzielne mieszkania, jest osiągnięciem imponującym.

Polska z oczywistych przyczyn nie jest tak atrakcyjnym celem emigrantów z innych państw, jak bogate państwa zachodnioeuropejskie. W naszym kraju już od kilkunastu lat utrzymuje się ujemne saldo migracji zagranicznych. Polacy

stanowią 22,3 % wszystkich imigrantów w Irlandii, a także jak już wspomniano duże grupy w Niemczech i Wlk. Brytanii. Pod koniec 2007 r. GUS opracował po raz pierwszy osobny szacunek dotyczący rozmiarów i kierunków emigracji z Polski w latach 2004-2006 (INFORMACJA..., 2007). Według tego szacunku na koniec 2006 r. czasowo poza granicami Polski przebywało niemal 2 mln Polaków. Według kolejnych szacunków GUS liczba ta rosła do 2007 roku, a następnie zaczęła maleć (tabela 3).

**Tabela 3**

*Wielkość i kierunki emigracji z Polski.*

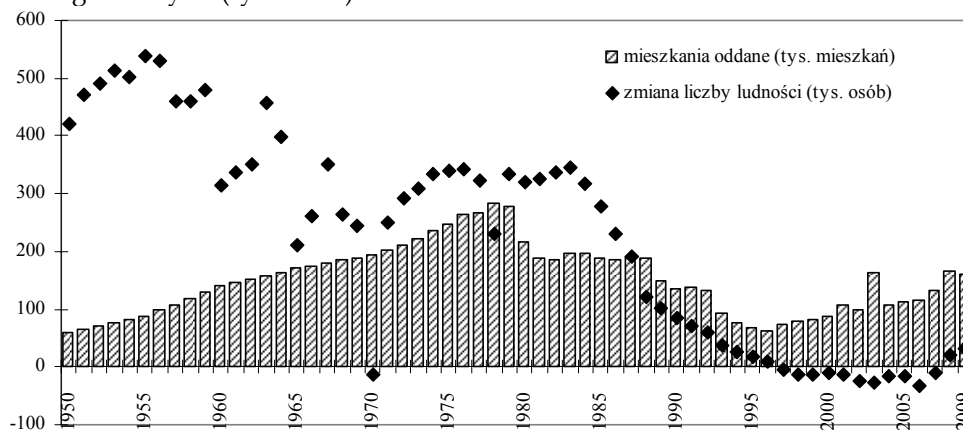
kraj przebywania	liczba emigrantów w tys.						
	NSP 2002	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Ogółem	786	1 000	1 450	1 950	2 270	2210	1 870
w tym Europa	461	770	1 200	1 610	1 925	1887	1 635
z tego:							
Austria	11	15	25	34	39	40	38
Belgia	14	13	21	28	31	33	34
Francja	21	30	44	49	55	56	47
Grecja	10	13	17	20	20	20	16
Hiszpania	14	26	37	44	80	83	84
Irlandia	2	15	76	120	200	180	140
Niderlandy	10	23	43	55	98	108	84
Niemcy	294	385	430	450	490	490	415
Szwecja	6	11	17	25	27	29	31
Wlk. Brytania	24	150	340	580	690	650	555
Włochy	39	59	70	85	87	88	85
Kraje spoza UE	10	20	30	60	65	67	65

*Źródło: Informacja o rozmiarach i kierunkach emigracji z Polski w latach 2004-2009, notatka informacyjna, GUS, wrzesień 2010, s. 3.*

Niezależnie od trafności szacunków skali migracji nie ma wątpliwości, że w naszym przypadku migracja nie zwiększa, a przeciwnie zmniejsza, i to w bardzo znaczącym stopniu, popyt na mieszkania. Równocześnie nasuwa się jednak refleksja, że w przypadku wielu, a być może nawet większości emigrantów, to właśnie brak realnej możliwości pozyskania mieszkania jest jednym z głównych powodów podejmowania decyzji o wyjeździe z kraju. Dotyczy to zarówno tzw. emigrantów definitywnych (na pobyt stały), jak i emigrantów czasowych, którzy traktują wyjazd tylko jako sposób w miarę szybkiego zgromadzenia takiej kwoty środków pieniężnych, która umożliwi im urządzenie sobie życia, w tym przede wszystkim nabycie własnego mieszkania w Polsce.

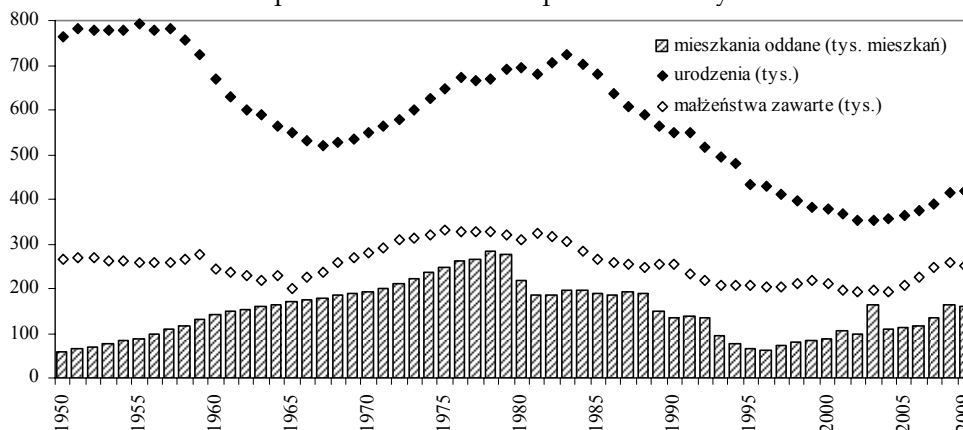
## 5. Budownictwo mieszkaniowe a demografia

Mówiąc o skali czy tempie zaspakajaniu potrzeb mieszkaniowych należałoby używać określenia podaź mieszkań, jednak praktycznie tylko budowa nowych mieszkań powiększa zasoby mieszkaniowe i tym samym stanowi rzeczywistą podaź. Porównajmy podaź nowych mieszkań z podstawowymi zjawiskami demograficznymi (rysunek 7).



**Rys. 7a.** Mieszkania oddane do użytku a ogólny przyrost liczby ludności w Polsce

*Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych GUS.



**Rys. 7b.** Mieszkania oddane do użytku a liczba zawartych małżeństw i liczba urodzeń. *Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Porównując przyrosty liczby ludności z liczbą nowobudowanych mieszkań nietrudno zauważyć, że ostatnie dwadzieścia lat musiało przynieść znaczną poprawę wskaźników warunków mieszkaniowych tyle tylko, że nie w wyniku



rozwoju budownictwa mieszkaniowego, ale w efekcie zahamowania wzrostu, a od 1997 r. nawet spadku liczby ludności. Na przestrzeni ostatnich sześćdziesięciu lat nigdy liczba budowanych mieszkań nie odpowiadała liczbie zawieranych małżeństw, ale warto zwrócić uwagę na relację tych wielkości. W drugiej połowie lat siedemdziesiątych na 100 zawartych małżeństw oddawano do użytku 82 mieszkania, w drugiej połowie lat dziewięćdziesiątych wskaźnik ten spadł do poziomu 35, a w ostatnim dziesięcioleciu wynosi 57. Z przebiegu wcześniejszych cykli demograficznych można byłoby oczekiwać, że od połowy lat dziewięćdziesiątych nastąpi wyraźny wzrost liczby urodzin, tak się jednak nie stało, aż do 2003 r. liczba rodzących się dzieci stale malała i od kilkunastu lat pozostaje na poziomie najniższym w naszej powojennej historii. Ta katastrofa demograficzna w oczywisty sposób wiąże się z brakiem szans na samodzielne mieszkanie dla większości nowotworzonych gospodarstw domowych. Silny związek liczby rodzących się dzieci z tempem budownictwa mieszkaniowego wykazano w modelach ekonometrycznych (Koziański, 2007). Wskazuje się także, że nawet ochrona zagrożonych gatunków ptaków polega na ochronie ich miejsc lęgowych.

## 6. Literatura

- IUT, Godne i dostępne mieszkalnictwo w europejskich miastach, konferencja, Bruksela, 6 października 2008 r.
- PROGNOZA LUDNOŚCI POLSKI NA LATA 2008-2035, GUS, 2008.
- WITAKOWSKI P. (RED.), Raport 2006 o naprawie sytuacji mieszkaniowej, Warszawa, styczeń 2007.
- PROGNOZA GOSPODARSTW DOMOWYCH NA LATA 2008-2035, GUS, 2010.
- HOUSING DEVELOPMENT IN EUROPEAN COUNTRIES, Department of the Environment, Heritage and Local Government, Ireland, Nov. 2004.
- HABITAT DEBATE, UN-HABITAT, Kenya, September 2006,
- STATISTICAL PORTRAIT OF THE EUROPEAN UNION 2008, Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 2007.
- INFORMACJA O ROZMIARACH I KIERUNKACH EMIGRACJI Z POLSKI W LATACH 2004-2006, notatka informacyjna, GUS, październik 2007.
- CITIZENS OF EUROPEAN COUNTRIES ACCOUNT FOR THE MAJORITY OF THE FOREIGN POPULATION IN EU-27 IN 2008, EUROSTAT, Statistics in focus 94/2009.
- KOZIAŃSKI J., Mieszkalnictwo a demografia, opracowanie w ramach prac nad Raportem o stanie budownictwa mieszkaniowego pod kierunkiem prof. Witakowskiego, 2007.

# DEMOGRAPHIC FACTORS INFLUENCING HOUSING AND HOUSING MARKET DEVELOPMENT

**Lechosław Nykiel**

*Department of Investment and Real Estate*

*University of Lodz*

*e-mail: realest@uni.lodz.pl*

**Key words:** *housing, housing market, residential market, dwelling*

## **Abstract**

Majority of works on housing market, among all most important factors influencing that market, mention credit accessibility, land and construction prices. Such factor as demographic situation is generally treated marginally. In fact it is demographic condition and actual housing situation that determines as well housing needs as housing demand. Most important demographic elements from the housing point of view are: number of population and it's age structure, natural migrations, number and structure of households, scale and directions of internal and external migrations, number of people in the age of households creation and the scale of urbanisation. During the last decades all these factors were significantly changing influencing at the same time the situation of housing needs and social pression on housing sphere.



# GRUPOWANIE WOJEWÓDZTW METODĄ ANALIZY SKUPIEŃ NA PODSTAWIE TRANSAKCJI KUPNA SPRZEDAŻY NIERUCHOMOŚCI GRUNTOWYCH

**Małgorzata Gotowska**

*Katedra Ekonomiki, Organizacji i Zarządzania  
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy  
e-mail: msrubkowska@utp.edu.pl*

**Słowa kluczowe:** województwa, analiza skupień, nieruchomości gruntowe

## **Streszczenie**

Artykuł dotyczy transakcji kupna/sprzedazy nieruchomości gruntowych w Polsce. W 2009 roku ich liczba wyniosła 101 tys., co stanowiło 48,7% wszystkich transakcji nieruchomościami w Polsce. Wartość obrotów nieruchomościami gruntowymi osiągnęła poziom 8,4 mld zł, co odpowiadało 26,2% obrotów nieruchomościami ogółem. Obserwuje się znaczne zróżnicowanie w obrocie nieruchomościami pomiędzy poszczególnymi województwami Polski. Metoda analizy skupień pozwoliła podzielić województwa na jednorodne grupy pod względem wyznaczonych cech diagnostycznych. Cechami były wskaźniki określające transakcje kupna-sprzedazy nieruchomości gruntowych z podziałem na grunty przeznaczone pod zabudowę, użytki rolne i grunty leśne w przeliczeniu na 10 tys. mieszkańców danego województwa. Wyboru cech diagnostycznych dokonano na podstawie współczynnika zmienności oraz metodą parametryczną Hellwiga. Zastosowane metody pozwoliły odpowiedzieć na pytanie, które województwa wykazują podobieństwa, a które różnice pod względem obrotu nieruchomościami gruntowymi i jakie transakcje determinują ten podział.

## **1. Wstęp**

Nieruchomość jest jedną z najstarszych kategorii ekonomicznych i łączy się ściśle z pojęciem własności. Nieruchomość w przeciwieństwie do ruchomości jest niemożliwa do zgubienia, ponieważ charakteryzuje ją stałość zajmowanego miejsca w przestrzeni. Dlatego podstawowym elementem pojęcia „nieruchomość” jest pewien fragment powierzchni ziemi, oznakowany w sposób umożliwiający jednoznaczne, precyzyjne określenie jego kształtu i granic. Dodatkowo, kategoria „nieruchomość” obejmuje wszystko to co jest trwale z tym fragmentem gruntu związane. Podstawową definicję nieruchomości zawiera Kodeks cywilny, który stanowi, że „nieruchomościami są części powierzchni ziemskiej, stanowiące odrębny przedmiot własności (grunty), jak również budynki trwale z gruntami związane lub części takich budynków, jeżeli na mocy przepisów szczególnych stanowią odrębny od gruntu przedmiot własności (Kodeks Cywilny, art. 46).

Według kryterium przedmiotowego wyróżnia się trzy rodzaje nieruchomości:

- lokalowe,
- budynkowe,
- gruntowe.

Na rynku nieruchomości dochodzi do transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości podczas, których następuje przeniesienie praw własności poprzez zbywanie albo nabywanie nieruchomości przez dokonanie czynności prawnych. W 2009 roku w Polsce zarejestrowano ponad 208 tys. transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości, w której prawie połowa dotyczyła nieruchomości gruntowych, 32% lokali, 18,8% nieruchomości zabudowanych, a 0,5% budynków. Pod względem wartościowym dominowały lokale (38,8%), następnie nieruchomości zabudowane (32,9%) i gruntowe (26,2%) oraz budynki (2,1%) (tabela 1).

**Tabela 1**

Transakcje kupna/sprzedaży nieruchomości w 2009 r.

<b>Wyszczególnienie</b>	<b>Liczba transakcji</b> (liczby bezwzględne)	<b>Wartość</b> (tys. zł)
Lokale	66 595	12 374 049
Budynki	1 100	654 510
Nieruchomości zabudowane	39 069	10 503 337
Nieruchomości gruntowe	101 426	8 369 723

*Źródło:* opracowanie własne na podstawie: Obrót nieruchomościami w 2009r. Informacje i opracowania statystyczne. GUS. Warszawa 2010, s. 15.

W 2009 roku zaobserwowano zróżnicowanie terytorialne w poszczególnych województwach pod względem ilości i wartości transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości. Największe obroty nieruchomościami odnotowano w województwie mazowieckim, śląskim i małopolskim zarówno w ujęciu ilościowym jak i wartościowym. Najmniejsze obroty odnotowano w województwie opolskim i świętokrzyskim. Bardzo zróżnicowana była liczba transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości w przeliczeniu na 10000 mieszkańców. Rozpiętość tego wskaźnika w przekroju wojewódzkim w 2009r. była od 29 transakcji w województwie wielkopolskim do 93 w województwie lubuskim. Rynki wojewódzkie charakteryzują się nie tylko znacznym zróżnicowaniem pod względem natężenia transakcji kupna/sprzedaży, ale również struktury sprzedawanych nieruchomości. W większości województw w ujęciu ilościowym przeważały obroty nieruchomościami gruntowymi. W szczególności w województwach podkarpackim, świętokrzyskim, podlaskim i lubelskim udział transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych w całkowitej liczbie transakcji nieruchomości przekraczały 60% (Obrót nieruchomościami... 2010).

## 2. Cele pracy, źródło danych i metody badawcze

Celem głównym pracy była ocena zróżnicowania terytorialnego Polski pod względem liczby, wartości i wielkości powierzchni transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych. Cel główny został zrealizowany za pomocą następujących zadań badawczych:

- 1) Znaczenie segmentu nieruchomości gruntowych w obrocie rynkowym.
- 2) Analiza statystyczna transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych z podziałem na nieruchomości zabudowane, użytki rolne i nieruchomości leśne, zadrzewione i zakrzewione.
- 3) Wybór cech diagnostycznych metodą parametryczną Hellwiga.
- 4) Podział województw metodą Warda na jednorodne grupy pod względem wybranych cech diagnostycznych.

Hipoteza badawcza pracy zakłada, że w Polsce występuje regionalne zróżnicowanie pod względem ilości i wartości transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości gruntowych.

Źródłem danych były statystyki Głównego Urzędu Statystycznego, pochodzące z publikacji „Obrót nieruchomościami w 2009 r”. Dane zamieszczone w publikacji zostały opracowane na podstawie informacji pozyskanych z Rejestrów Cen i Wartości Nieruchomości (RCiWN) prowadzonych przez Starostwa Powiatowe i Prezydentów miast na prawach powiatu przy wykorzystaniu informacji pochodzących z aktów notarialnych. Dane w publikacji opracowano na podstawie informacji przekazanych przez 363 spośród 379 starostw powiatowych oraz urzędów miast na prawach powiatu. Badanie obejmowało transakcje dokonane na wolnym rynku, w wyniku sprzedaży poprzedzonej przetargiem oraz w wyniku sprzedaży bezprzetargowej, gdzie stroną sprzedającą może być Skarb Państwa, gmina, powiat, województwo, osoba fizyczna lub osoba prawna, mająca prawo własności, współwłasności, własności obciążonej hipoteką lub współwłasności obciążonej hipoteką. Dane do badań zostały przedstawione w postaci wskaźników w przeliczeniu na 10 tys. mieszkańców.

W publikacji nieruchomość gruntowa została zdefiniowana jako „grunt wraz z częściami składowymi, z wyłączeniem budynków i lokali, jeżeli stanowią odrębny przedmiot własności. Jeżeli dla nieruchomości gruntowej prowadzona jest księga wieczysta, stanowi ona odrębną nieruchomość od innych nieruchomości należących do tego samego właściciela” (Obrót nieruchomościami... 2010).

W celu realizacji postawionych zadań badawczych zastosowano dwie metody badań. Do wyboru cech diagnostycznych, które posłużyły do podziału województw na jednorodne grupy zastosowano metodę parametryczną Hellwiga oraz współczynnik zmienności. Metoda ta oparta jest na macierzy korelacji i pozwala podzielić zmienne na zmienne centralne, satelitarne i izolowane.

W celu podziału województw na jednorodne grupy zastosowano jedną z metod analizy skupień-metodę Warda. Metoda Warda należy do aglomeracyjnych metod

grupowania wielowymiarowych obiektów, w której do oszacowania odległości między skupieniami wykorzystuje się analizę wariancji i zmierza do minimalizacji sumy kwadratów odchyłeń dowolnych dwóch skupień, które mogą zostać uformowane na każdym etapie. W metodzie tej na każdym etapie spośród wszystkich możliwych do łączenia par skupień wybiera się tę, która w rezultacie łączenia daje skupienie o minimalnym zróżnicowaniu. Ogólnie metoda ta, traktowana jest jako bardzo efektywna, chociaż zmierza do tworzenia skupień o małej wielkości, a także daje dobre rezultaty przy niewielkiej liczbie obiektów, czyli w tym przypadku dla 16 województw. Dendrogram oraz odległości między obiektami zostały obliczone w pakiecie Statistica 8.0.

### 3. Nieruchomości gruntowe jako podstawowy segment obrotu rynkowego

Nieruchomość gruntowa obejmuje prawo własności do gruntu, jak i do części składowych tego gruntu. Elementami składowymi nieruchomości są budynki i inne urządzenia trwale z gruntem związane, jak również drzewa i rośliny od chwili zasadzenia lub zasiania (Kodeks cywilny art. 48) oraz prawa związane z własnością (Kodeks cywilny art. 50). Nieruchomości gruntowe można podzielić na:

- użytki rolne,
- grunty przeznaczone pod zabudowę (w tym: mieszkaniową, przemysłową i inną),
- grunty leśne oraz zadrzewione i zakrzewione.

**Tabela 2**

Transakcje kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych w 2009 r.

Wyszczególnienie	Liczba transakcji	Wartość	Powierzchnia
		(%)	
Grunty przeznaczone pod zabudowę:	24,0	41,0	5,6
- mieszkaniową	9,6	18,1	1,5
- przemysłową	0,4	2,4	0,4
- inną	14,0	20,5	3,7
Użytki rolne	74,1	57,3	92,9
Grunty leśne oraz zadrzewione i zakrzewione	1,9	1,7	1,5

*Źródło:* opracowanie własne na podstawie: Obrót nieruchomościami w 2009r. Informacje i opracowania statystyczne. GUS. Warszawa 2010, s. 131.

W 2009 roku liczba zarejestrowanych transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych wyniosła ponad 101 tys., co stanowiło 48,7% wszystkich transakcji nieruchomościami. Wśród transakcji nieruchomościami

gruntowymi pod względem ilościowym oraz wartościowym przeważały transakcje użytkami rolnymi i stanowiły 74% wszystkich transakcji nieruchomościami gruntowymi. Najmniejszy udział w transakcjach nieruchomościami gruntowymi stanowiły grunty leśne, zadrzewione i zakrzewione (tabela 2).

Użytki rolne stanowiły najbardziej znaczącą grupę w zakresie transakcji nieruchomościami gruntowymi. Największą liczbę transakcji użytkami rolnymi odnotowano w województwach lubelskim, podkarpackim i małopolskim, najmniejszą w województwach opolskim, lubuskim, świętokrzyskim i zachodniopomorskim. Liczba transakcji kupna/sprzedaży użytków rolnych w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców wahała się od 10 transakcji w województwie śląskim do 39 transakcji w województwie podlaskim. Średnia wartość pojedynczej transakcji kupna/sprzedaży użytków rolnych wahała się od 27,5 tys. zł w województwie podkarpackim do 103,1 tys. zł w województwie zachodniopomorskim. Najwyższe średnie ceny transakcyjne dla użytków rolnych odnotowano w województwach śląskim i małopolskim. Wyniosły one odpowiednio 14 i 13 zł/m<sup>2</sup> i były ponad 3,5 razy wyższe od średniej dla Polski ogółem. Najniższą średnią cenę transakcyjną użytków rolnych odnotowano w województwach lubuskim, lubelskim, opolskim i warmińsko-mazurski (Obrót nieruchomościami... 2010).

**Tabela 3**

Średnie ceny transakcyjne kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych według województw w 2009 roku

Województwa	GRUNTY			
	pod zabudowę		leśne oraz zadrzewione i zakrzewione	użytki rolne
	mieszkaniową	przemysłową		
	(zł/m <sup>2</sup> )			
Dolnośląskie	79	45	3	5
Kujawsko-pomorskie	19	23	3	4
Lubelskie	18	3	1	2
Lubuskie	37	22	87	2
Łódzkie	49	55	6	3
Małopolskie	48	21	2	13
Mazowieckie	212	56	12	5
Opolskie	58	21	3	2
Podkarpackie	48	60	2	4
Podlaskie	17	68	2	3



Pomorskie	77	33	6	4
Śląskie	59	213	9	14
Świętokrzyskie	37	17	3	3
Warmińsko-mazurskie	32	23	6	2
Wielkopolskie	52	28	8	5
Zachodniopomorskie	66	91	24	3

*Źródło:* opracowanie własne na podstawie: Obrót nieruchomościami w 2009 r. Informacje i opracowania statystyczne. GUS. Warszawa 2010, s. 159-162.

Grunty przeznaczone pod zabudowę stanowiły drugą po użytkach rolnych znaczącą grupę w zakresie transakcji nieruchomościami gruntowymi. W 2009 roku w zakresie gruntów przeznaczonych pod zabudowę, przedmiotem obrotu były grunty pod zabudowę inną, czyli grunty pod budynki i urządzenia związane z administracją, służbą zdrowia, handlem, rzemiosłem, usługami, nauką, oświatą, kulturą i sztuką, wypoczynkiem, łącznością, kultem religijnym itp. Stanowiły one około 58% obrotu gruntami przeznaczonymi pod zabudowę, a w ujęciu wartościowym 50%. Również grunty pod zabudowę mieszkaniową stanowiły 40% transakcji, a pod zabudowę przemysłową tylko 1,6%. Największe obroty gruntami przeznaczonymi pod zabudowę odnotowano w województwach mazowieckim, śląskim i małopolskim i to zarówno w ujęciu ilościowym jak i wartościowym. Transakcje w trzech wyżej wymienionych województwach stanowiły 36% wszystkich transakcji dokonanych w Polsce, a w ujęciu ilościowym 57%. Najmniejszą liczbę transakcji gruntami przeznaczonymi pod zabudowę odnotowano w województwach opolskim, świętokrzyskim, lubuskim i zachodniopomorskim.

#### **4. Grupowanie województw metodą analizy skupień**

Przedstawione zróżnicowanie w obrębie województw Polski pod względem obrotu rynkowego nieruchomościami gruntowymi pozwoliło zastosować metodę analizy skupień. Wybrano metodę Warda, która pozwoliła pogrupować obiekty (województwa) na jednorodne grupy. Wyodrębnione grupy to obiekty podobne pod względem wyznaczonych cech diagnostycznych.

W badaniu wybrano 15 zmiennych, charakteryzujących transakcje kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych pod względem ilościowym (liczba transakcji) i wartościowym (wartość transakcji). Wszystkie zmienne przekształcono na wskaźniki przeliczając zmienne na 10 tys. mieszkańców każdego województwa według stanu ludności z 2009 roku. Zbiór wszystkich wskaźników przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 4

Wybrane wskaźniki charakteryzujące obrót rynkowy nieruchomościami  
gruntowymi

Numer zmiennej	Nazwa wskaźnika	Jednostka
X1	Liczba transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę mieszkaniową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	Liczba bezwzględna
X2	Liczba transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę przemysłową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X3	Liczba transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę inną w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X4	Liczba transakcji kupna/sprzedaży gruntów leśnych na 10tys. mieszkańców	
X5	Liczba transakcji kupna/sprzedaży UR na 10tys. mieszkańców	
X6	Wartość transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę mieszkaniową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	(tys. zł)
X7	Wartość transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę przemysłową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X8	Wartość transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę inną w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X9	Wartość transakcji kupna/sprzedaży gruntów leśnych na 10tys. mieszkańców	
X10	Wartość transakcji kupna/sprzedaży UR na 10tys. mieszkańców	
X11	Powierzchnia transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę mieszkaniową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	(m <sup>2</sup> )
X12	Powierzchnia transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę przemysłową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X13	Powierzchnia transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę inną w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców	
X14	Powierzchnia transakcji kupna/sprzedaży gruntów leśnych na 10tys. mieszkańców	

X15	Powierzchnia transakcji kupna/sprzedaży UR na 10tys. mieszkańców	
-----	--	--

Legenda: UR – Użytki Rolne

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Obrót nieruchomościami w 2009 r. Informacje i opracowania statystyczne. GUS. Warszawa 2010.

Z wybranych wskaźników obrotu rynkowego nieruchomości gruntowymi wybrano cechy diagnostyczne. Wyboru dokonano na podstawie wskaźnika zmienności i metody parametrycznej Hellwiga, opartej na macierzy korelacyjnej. Wskaźniki zmienności nie pozwoliły wyeliminować żadnej cechy, gdyż ich wartości były wyższe od krytycznej wartości współczynnika zmienności ustalonej na poziomie 15%. Dopiero metoda parametryczna Hellwiga pozwoliła wyznaczyć cechy diagnostyczne. Punktem wyjścia tej metody była macierz korelacji R. Natomiast kryterium klasyfikacji była progowa (graniczna) wartość statystyki współczynnika korelacji liniowej  $r$ , oznaczona przez  $r^*$ . W pracy wyznaczono ją zgodnie z regułą zaproponowaną przez E. Nowaka i wyniosła 0,54:

$$r^* = r_{02} - \lambda(r_{02} - r_{01}) \quad (1)$$

gdzie:

$$r_{01} = \min_i \min_j |r_{ij}|; r_{02} = \max_i \max_j |r_{ij}| \quad (2)$$

natomiast  $\lambda$ :

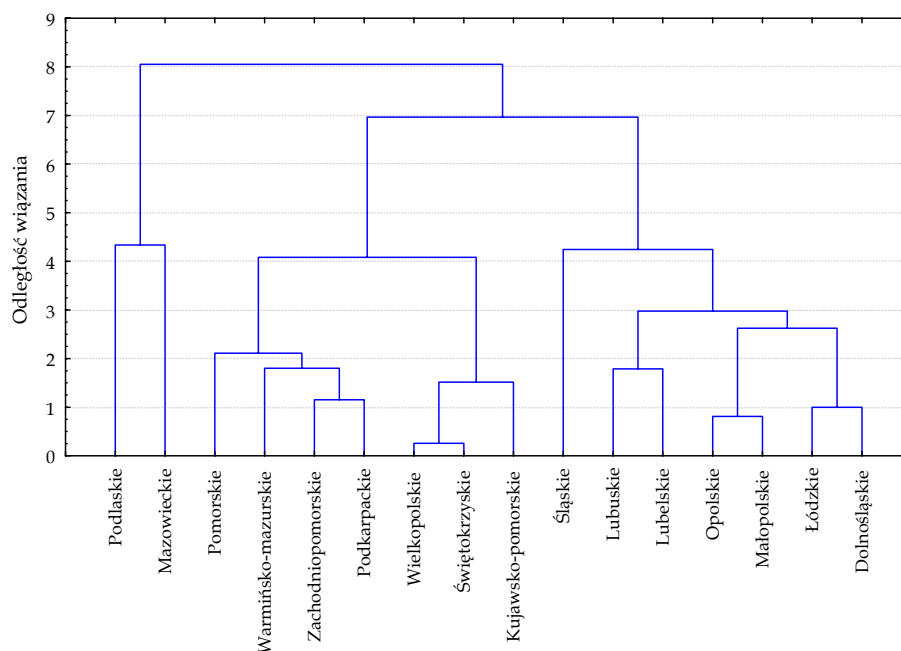
$$0 < \lambda < 1$$

jest liczbą obraną przez badacza (Nowak 1984).

Przy stosowaniu parametrycznej metody klasyfikacji grupy zmiennych podobnych (tzw. skupiska zmiennych) tworzone są takie podzbiory, w których minimalne skorelowanie zmiennych jest nie mniejsze od  $r^*$ . Skupiska takie zawierają zmienną centralną oraz pewną liczbę zmiennych satelitarnych. Zmienną satelitarną wyróżnionej zmiennej centralnej nazywa się taką zmienną, której skorelowanie ze zmienną centralną jest mniejsze od  $r^*$ . Skupiska zmiennych to zmienna centralna i przynajmniej jedna zmienna satelitarna. Zmienne nie należące do skupiska nazywa się zmiennymi izolowanymi. Stanowią one jednoelementowe grupy zmiennych (ZELIAŚ 2000). Zmienne centralne i zmienne izolowane pełnią rolę zmiennych reprezentujących wyjściowy zbiór zmiennych. Zostały one przedstawione w tabeli 5.

Z tabeli 5 wynika, że do dalszej analizy, czyli podziału województw metodą Warda, wybrano 5 cech diagnostycznych, które charakteryzowały się wysokim współczynnikiem zmienności oraz niskim współczynnikiem korelacji, co oznacza, że nie będą one przenosiły tych samych informacji o badanym zjawisku. Do podziału województw wybrano wszystkie zmienne centralne i zmienną izolowaną. Tak wybrane cechy diagnostyczne posłużyły do pogrupowania

województw i skonstruowania drzewa podziałowego przedstawionego na rysunku 1.



Rys. 1. Drzewo podziałowe dla województw Polski – metoda Warda. Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5

Podział zmiennych metodą parametryczną Hellwiga

Zmienne centralne	Zmienne satelitarne	Zmienne izolowane
X11	X1, X4, X5, X14	X7
X13	X3, X8, X10, X15	
X6	X9	
X2	X12	

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzona analiza pozwoliła wydzielić 6 grup województw pod względem transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości gruntowych. Podziału dokonano przy 4 odległości wiązania na podstawie wykresu odległości wiązania względem eta. Tak duża liczba grup przy 16 obiektach świadczy o zróżnicowaniu cech pomiędzy badanymi obiektami. Ostateczny podział można uznać za

prawidłowy, gdyż współczynniki zmienności dla wyodrębnionych grup są niższe niż dla całej zbiorowości, co świadczy o poprawności grupowania.

**Tabela 6**

Wyodrębnione grupy województw metodą Warda

	<b>Wyszczególnienie</b>	<b>X2</b>	<b>X6</b>	<b>X7</b>	<b>X11</b>	<b>X13</b>
<b>I</b>	Podlaskie	0,07	365,7	14,3	21946,8	27559,5
<b>II</b>	Mazowieckie	0,10	1707,5	41,9	8065,9	26542,7
<b>III</b>	Podkarpackie	0,13	127,0	35,0	2639,6	15330,3
	Pomorskie	0,02	73,2	1,3	952,4	21406,6
	Warmińsko-mazurskie	0,11	208,9	23,9	6509,8	24779,1
	Zachodniopomorskie	0,06	155,9	26,5	2376,4	13874,5
	<b>Średnia</b>	<b>0,08</b>	<b>141,25</b>	<b>21,68</b>	<b>3119,57</b>	<b>18847,61</b>
	<b>Odchylenie standardowe</b>	<b>0,05</b>	<b>56,65</b>	<b>14,41</b>	<b>2378,56</b>	<b>5126,24</b>
	<b>Współczynnik zmienności</b>	<b>61,29</b>	<b>40,11</b>	<b>66,46</b>	<b>76,25</b>	<b>27,20</b>
<b>IV</b>	Kujawsko-pomorskie	0,01	53,3	1,6	2736,8	8255,8
	Świętokrzyskie	0,08	66,6	12,1	1806,3	4025,3
	Wielkopolskie	0,07	118,7	10,0	2280,4	4144,0
	<b>Średnia</b>	<b>0,05</b>	<b>79,54</b>	<b>7,93</b>	<b>2274,51</b>	<b>5475,00</b>
	<b>Odchylenie standardowe</b>	<b>0,03</b>	<b>34,57</b>	<b>5,57</b>	<b>465,30</b>	<b>2408,95</b>
	<b>Współczynnik zmienności</b>	<b>64,03</b>	<b>43,47</b>	<b>70,16</b>	<b>20,46</b>	<b>44,00</b>
<b>V</b>	Śląskie	0,13	237,1	180,9	4007,3	8619,0
<b>VI</b>	Dolnośląskie	0,10	304,8	79,8	3860,8	7033,1
	Lubelskie	0,19	232,6	24,7	12807,0	9158,7
	Lubuskie	0,10	408,8	34,1	11137,1	10182,6
	Łódzkie	0,14	206,1	79,0	4215,7	12910,6
	Małopolskie	0,19	184,5	47,0	3860,8	9177,0
	Opolskie	0,20	156,6	27,2	2681,2	13730,7
	<b>Średnia</b>	<b>0,16</b>	<b>239,00</b>	<b>46,83</b>	<b>5473,70</b>	<b>11500,22</b>
	<b>Odchylenie standardowe</b>	<b>0,05</b>	<b>115,02</b>	<b>22,95</b>	<b>3832,15</b>	<b>2167,74</b>
	<b>Współczynnik zmienności</b>	<b>30,80</b>	<b>48,13</b>	<b>49,00</b>	<b>70,01</b>	<b>18,85</b>

*Źródło: opracowanie własne.*

Najliczniejszą grupą jest grupa VI, w której znalazło się 6 województw. W grupie tej obiekty najbardziej podobne są do siebie pod względem liczby transakcji kupna/sprzedaży gruntów pod zabudowę przemysłową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców oraz powierzchni nieruchomości gruntowych innych w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców. Grupa III to 4 województwa, a IV grupa to

województwo kujawsko-pomorskie, świętokrzyskie i wielkopolskie, wykazujące największe podobieństwo pod względem kupna/sprzedaży powierzchni gruntów pod zabudowę mieszkaniową w przeliczeniu na 10tys. mieszkańców. Natomiast województwo podlaskie, mazowieckie i śląskie to województwa izolowane, czyli nie przystające (podobne) pod względem wyznaczonych cech diagnostycznych do wyodrębnionych grup województw.

## 5. Podsumowanie

Z powyższych rozważań wynika, że nieruchomości gruntowe stanowią podstawowy segment obrotu rynkowego w Polsce. Wśród nich dominują użytki zielone oraz nieruchomości pod zabudowę mieszkaniową i inną. Widoczne jest również regionalne zróżnicowanie w ilości i wartości transakcji kupna/sprzedaży wszystkich nieruchomości, w tym również nieruchomości gruntowych. Potwierdzają to przeprowadzone badania, które polegały na pogrupowaniu województw Polski metodą Warda na podstawie wybranych cech diagnostycznych. Cechy te, to transakcje kupna/sprzedaży różnych nieruchomości gruntowych w ujęciu ilościowym jak i wartościowym. W wyniku podziału powstało 6 jednorodnych grup województw, różniących się znacząco od siebie. Trzy z nich to jednoelementowe zbiory, czyli województwa odstające od pozostałych grup województw. Są nimi województwo podlaskie, mazowieckie i śląskie.

## 6. Literatura

- NOWAK E., 1984. *Problemy doboru zmiennych do modelu ekonometrycznego*. PWN, Warszawa, s. 127.
- Obrót nieruchomościami w 2009 r.*, 2010. Informacje i opracowania statystyczne. GUS. Warszawa.
- ZELIĄS A., 2000. *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*. AE w Krakowie, Kraków, s. 41.

# CLASSIFICATION OF PROVINCES OF THE CLUSTER ANALYSIS METHOD ON THE BASED BUYING AND SELLING LAND PROPERTIES

**Małgorzata Gotowska**

*Department of Economics, Organization and Management  
University of Technology and Life Sciences in Bydgoszcz  
e-mail: msrubkowska@utp.edu.pl*

**Key words:** *provinces, cluster analysis method, land properties*

## **Abstract**

The article concerns the buying and selling land properties in Poland. Their number was 101 thousand in 2009, which constituted 48,7% of all transactions real estate in Poland. Value sales of land properties reached 8,4 bilion zł, which corresponded to 26,2% of sales total real estate. There is a variety of real estate between the Polish provinces. The cluster analysis method allowed to divide the provinces into homogeneous groups with respect diagnostic features. The selection of diagnostic features was based on the coefficient of variation and Hellwig's parametric method. The methods used allowed to answer the questions of which provinces was similarities and differences in terms of which land properties and what determines this division.

# ANALIZA PREFERENCJI NABYWANIA MIESZKAŃ PRZEZ STUDENTÓW WOJSKOWEJ AKADEMII TECHNICZNEJ NA TLE PIERWOTNEGO RYNKU W WARSZAWIE

**Beata Całka**

*Zakład Systemów Informacji Geograficznej  
Wojskowa Akademia Techniczna  
e-mail: beata.calka@op.pl*

**Słowa kluczowe:** rynek mieszkaniowy, popyt.

## **Streszczenie**

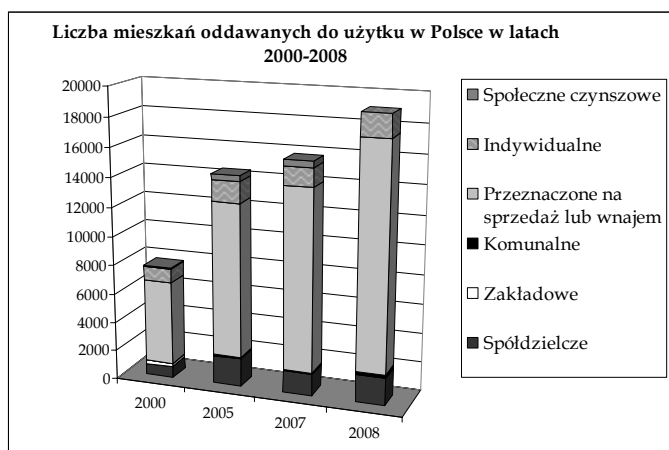
W prezentowanym artykule przedstawiono analizę preferencji nabywania mieszkań w Warszawie przez studentów Wojskowej Akademii Technicznej na podstawie przeprowadzonych badań ankietowych – badania własne. Przedstawiono metodykę wyboru dzielnicy preferowanej do zakupu mieszkania. Następnie zbadano rynek pierwotny nieruchomości na terenie Warszawy pod kątem potrzeb zadeklarowanych przez studentów, po czym zestawiono średnie ceny mieszkań oraz pokazano trendy w budownictwie mieszkaniowym na rynku pierwotnym w Warszawie. Skorzystano również z danych z CORINE Land Cover – mapa pokrycia terenu dla Warszawy i porównano je z wynikami badań ankietowych. Wyniki zostały omówione jak również zobrazowane różnymi metodami prezentacji kartograficznej.

## **1.Wprowadzenie**

Według raportu Głównego Urzędu Statystycznego dotyczącego gospodarki mieszkaniowej w Polsce, zasób mieszkaniowy kraju tworzy 13,3 mln mieszkań, z czego 2/3 mieszkań znajduje się w miastach co stanowi 67% całego zasobu. Struktura własności tych mieszkań dzieli się na zasoby prywatne i publiczne, do których zalicza się: zasoby stanowiące własność Skarbu Państwa, własność komunalną, własność państwowych zakładów pracy oraz własność publicznych organizacji i instytucji. Rynek mieszkaniowy w naszym kraju, w porównaniu z rynkami zachodnimi cechuje duży deficyt mieszkaniowy, zarówno ilościowy jak i jakościowy. Według danych GUS, w 2004 deficyt ilościowy sięgał prawie 5 mln mieszkań i dawał jednocześnie prowadzenie Polsce wśród krajów Unii Europejskiej. Wiele do życzenia pozostawia także stan niektórych lokali mieszkaniowych, co wiąże się ze znacznym deficytem jakościowym. Obecnie deweloperzy stanowią znaczną część inwestorów na rynku budowlanym w Polsce. Z roku na rok rośnie liczba mieszkań przeznaczonych na sprzedaż lub wynajem i zarazem liczba mieszkań oddawanych do użytku. Jednocześnie koncentrację



deweloperskiego budownictwa mieszkaniowego można zaobserwować w dużych miastach, 30% w samej Warszawie (BRZESKI i in. 2007).



**Wykres 1.** Liczba mieszkań oddawanych do użytku w Polsce w latach 2000-2008.  
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.

Analizując rynek nieruchomości główne znaczenie ma obserwacja popytu definiowanego jako wartość zapotrzebowania na dane usługi lub dobra przy ustalonych cenach. Na popyt mają wpływ różne czynniki takie jak: cena, prognozy ekonomiczne lub polityczne, bądź preferencje konsumentów i inwestorów. (BRZESKI i in. 2007). Chcąc uzyskać obraz preferencji w nabywaniu mieszkań przez uczestników rynku czyli „kupujących” możemy przeprowadzić odpowiednie badania ankietowe.

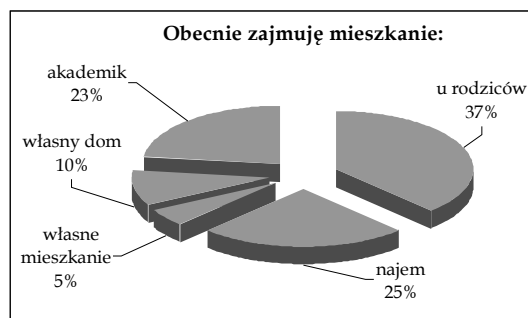
## 2. Analiza ankiety przeprowadzonej wśród studentów Wojskowej Akademii Technicznej

Przeprowadzona ankieta dotyczyła analizy preferencji nabywania mieszkań w Warszawie przez studentów Wojskowej Akademii Technicznej. Ankietę przeprowadzono na grupie 61 studentów- zarówno studentów studiów dziennych jak i zaocznych, w grupach cywilnych i wojskowych.

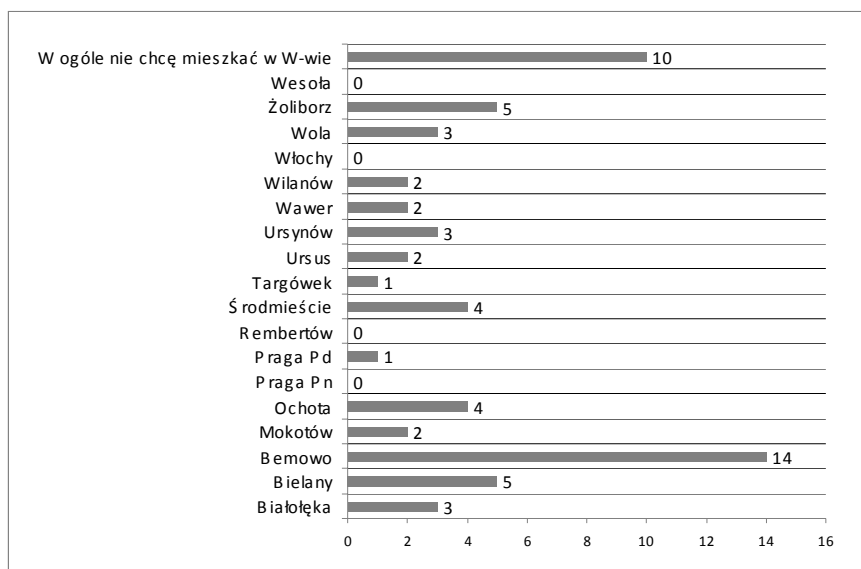
70% spośród badanych studentów mieszka obecnie poza Warszawą, głównie w domu rodziców. Tylko 30% z ankietowanych studentów mieszka w Warszawie. Większość spośród studentów mieszkających w Warszawie mieszka w Akademiku bądź wynajmuje mieszkanie (23% badanych ankietowanych – akademik oraz 25% - najem mieszkania). Dane te obrazuje wykres 2.

Studenci uzupełniali ankietę na temat preferencji nabywania mieszkania w poszczególnych dzielnicach Warszawy. Najczęściej wybraną dzielnicą jest Bemowo, na drugim miejscu studenci deklarowali chęć mieszkania poza terenem Warszawy. Następnie: Żoliborz, Bielany oraz Śródmieście i Ochota. Najbardziej wybranymi dzielnicami są: Wesoła, Włochy, Rembertów i Praga Pn, co

w znacznym stopniu jest związane z peryferyjną lokalizacją tych dzielnic w stosunku do centrum miasta.



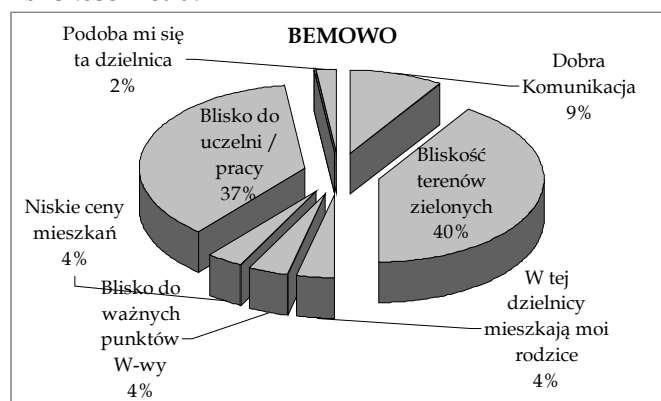
**Wykres 2.** Miejsce zamieszkania ankietowanych studentów. *Źródło:* Opracowanie własne.



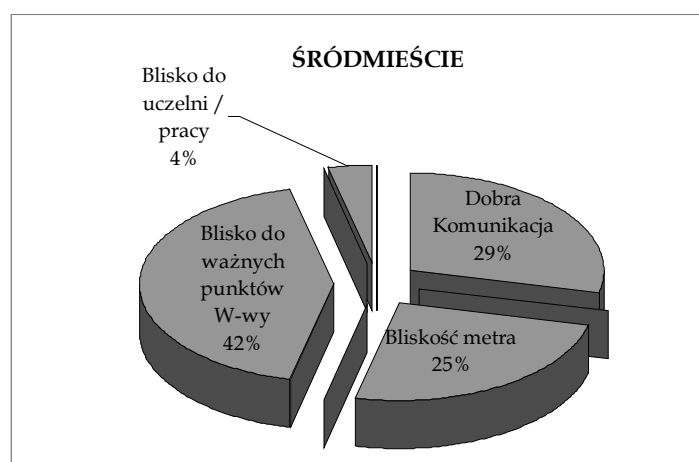
**Wykres 3.** Dzielnice preferowane przez studentów WAT. *Źródło:* Opracowanie własne.

Studenci, którzy deklarowali, iż chcą mieszkać poza terenem Warszawy podawali jako główny powód chęć mieszkania blisko rodziców (45%) oraz bliskość terenów zielonych (54%). Śródmieście, ocenione przez ankietowane osoby, jako dzielnica z najlepszą komunikacją i dostępem do metra, a także najlepszym dostępem do kin, teatrów, klubów, restauracji, sklepów, dworców, itp. Warszawy, nie zajęła w rankingu preferowanego miejsca zamieszkania pierwszego miejsca.

Poniższe wykresy obrazują przyczyny wyboru dzielnic przez ankietowanych studentów. Dla przykładu Bemowo wybierano ze względu na: bliskość terenów zielonych, bliską odległość do uczelni oraz dobrą komunikację. Śródmieście ze względu na: bliskość do ważnych punktów Warszawy, dobrą komunikację oraz bliskość metra, natomiast Bielany ze względu na bliskość terenów zielonych, dobrą komunikację i bliskość metra.



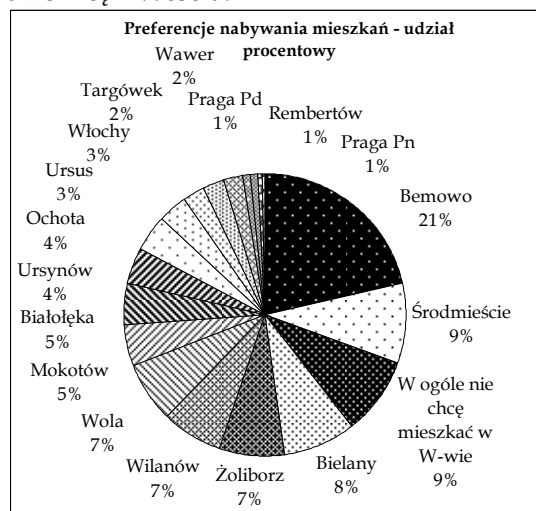
**Wykres 4.** Czynniki decydujące o atrakcyjności Bemowa jako dzielnicy preferowanej do zamieszkania. Źródło: Opracowanie własne.



**Wykres 5.** Czynniki decydujące o atrakcyjności Śródmieścia jako dzielnicy preferowanej do zamieszkania. Źródło: Opracowanie własne.

W badanej ankiecie studenci mogli wybrać 3 dzielnice, wg kolejności chęci zamieszkania w nich. Poniższy wykres obrazuje udział procentowy poszczególnych dzielnic w łącznej ocenie punktowej. 21% ogólnej liczby punktów

zdobyło Bemowo, 9% Śródmieście, 9%- lokalizacja poza Warszawą, 8% - Bielany. Najniżej oceniono dzielnicę – Wesoła.



Wykres 6. Preferencje nabywania mieszkań przez studentów – udział procentowy.

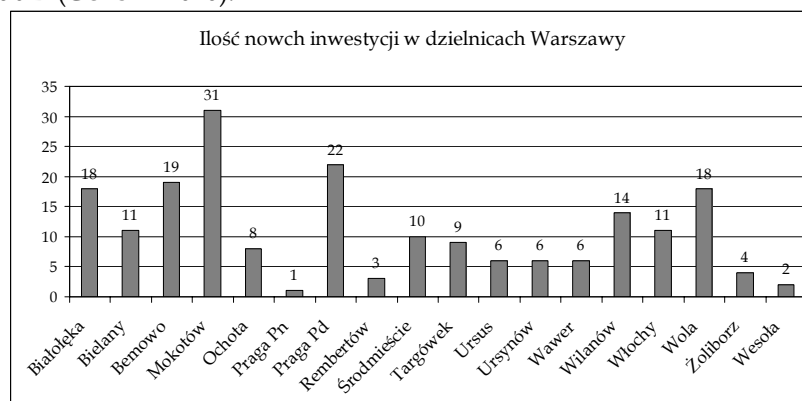
Źródło: Opracowanie własne.

### 3. Analiza pierwotnego rynku w Warszawie pod kątem potrzeb zadeklarowanych przez studentów.

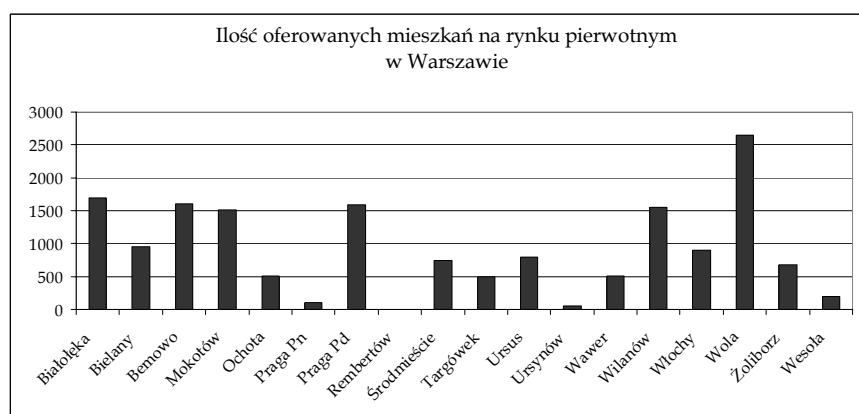
Następnym etapem badania była analiza rynku pierwotnego nieruchomości na terenie Warszawy pod kątem potrzeb zadeklarowanych przez studentów. Nowe inwestycje w poszczególnych dzielnicach oraz liczbę mieszkań z rynku pierwotnego oferowanych w poszczególnych dzielnicach Warszawy na koniec III kwartału 2010 r. pokazano na wykresach 7-8.

Jak wynika z powyższych wykresów znaczna część nowych inwestycji (zarówno tych oddanych do użytków, jak i tych których budowa dopiero się rozpoczęła) jest zlokalizowana w dzielnicach brzegowych położonych z dala od centrum Warszawy, szybko rozwijających się, do których należą: Bemowo, Białołęka, Praga Południe czy Wola i Wilanów. Dzielnice te charakteryzują się dużymi powierzchniami terenów przeznaczonych pod wielorodzinne budownictwo mieszkaniowe. Wyjątek stanowi dzielnica Mokotów, która ma położenie centralne. Dzielnice Wola, Wilanów, Białołęka, Bemowo charakteryzują się również największą liczbą mieszkań oferowanych kupującym. Na terenach Ochoty, Śródmieścia czy Żoliborza nie ma już tak dużej liczby oferowanych mieszkań, co związane jest z tym, iż dzielnice te mają zwartą zabudowę i brak jest wolnych przestrzeni na inwestycje budowlane. W ostatnim czasie obserwuje się szybki rozwój Pragi Południe, Wilanowa i Białołęki, co skutkuje dużą liczbą nowych ofert mieszkaniowych, a jednocześnie rozbudową infrastruktury

i punktów użyteczności publicznej, związaną z osiedlaniem się tam coraz większej ilości ludzi (GÓRSKA 2010).



**Wykres 7.** Liczba nowych inwestycji w Warszawie. Źródło: Opracowanie własne na podstawie GÓRSKA (2010). *Warszawski pierwotny rynek mieszkaniowy – III kw. 2010 r.*



**Wykres 8.** Liczba oferowanych mieszkań na rynku pierwotnym w Warszawie. Źródło: Opracowanie własne na podstawie GÓRSKA (2010). *Warszawski pierwotny rynek mieszkaniowy – III kw. 2010 r.*

Oferty rynku nieruchomości lokalowych w Warszawie po części odpowiadają preferencjom studentów Wojskowej Akademii Technicznej. Bemowo oferuje dużą liczbę mieszkań i najchętniej jest wybierane przez studentów jako miejsce stałego zamieszkania. Podobnie jest w przypadku Bielany i Białoleki. Wg badania studentów, popularnością cieszyłoby się również Śródmieście, Ochota i Żoliborz - jednak w tych dzielnicach rynek pierwotny nieruchomości jest ograniczony. Dużo nowych mieszkań budowanych jest w dzielnicy Praga Pd., jednak ta dzielnica nie znalazła się w preferencjach studentów ankietowanych. Zakup mieszkania

w Warszawie to dla wielu osób zbyt duże wyzwanie. Stawki za m<sup>2</sup> mieszkania w Stolicy zależnie od dzielnicy wahają się od 6346 PLN/ m<sup>2</sup> na Białolekę do 15396 PLN/ m<sup>2</sup> w Śródmieściu skłaniają do poszukiwania innych rozwiązań. Z jednej strony może to być najem, z drugiej - zakup mieszkania w jednej z miejscowości podwarszawskich. Obserwując wyniki badań ankiety można zauważyć, iż właśnie tą opcję wybierają często studenci. Średnie ceny w poszczególnych dzielnicach Warszawy (dane - wiosna 2010r.) zostały zilustrowane na rysunku 1.



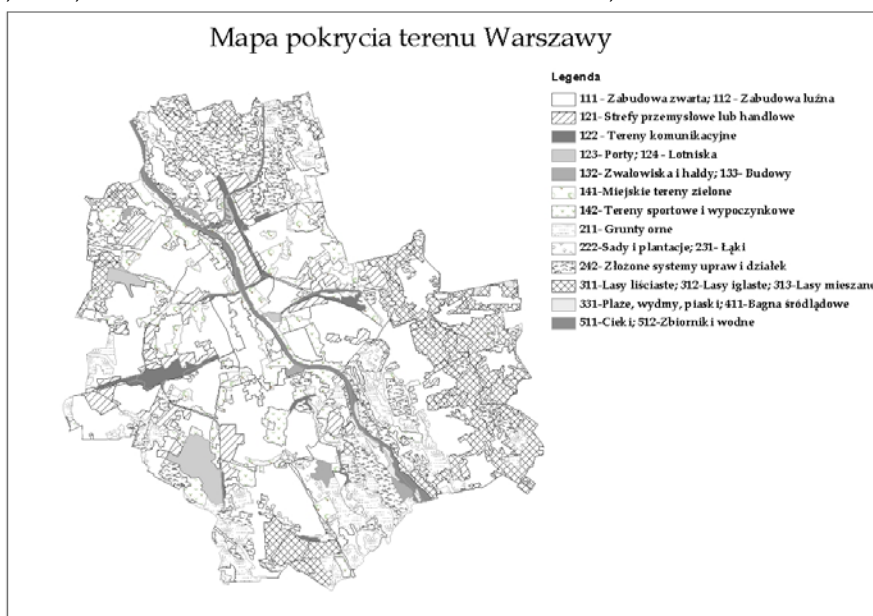
**Rys. 1.** Średnia cena 1 m<sup>2</sup> mieszkania na rynku pierwotnym w Warszawie. Źródło: Opracowanie własne na podstawie opracowania: Katalog Targowy Wiosna 2010, raport z serwisu me-mieszkania.pl.

Najbardziej prestiżowe dzielnice Warszawy to Śródmieście, Żoliborz i Mokotów. Mieszkania w tych dzielnicach osiągają od zawsze najwyższe ceny transakcyjne. W dzielnicy Śródmieście średnia cena transakcyjna jest bliska 15396 zł/m<sup>2</sup>, w dzielnicy Mokotów średnia cena za 1 m<sup>2</sup> wynosi około 11710 zł. Średnie ceny nie uwzględniają luksusowych apartamentów, gdzie ceny transakcyjne oscylują w przedziale od 15000 zł/m<sup>2</sup> - 25000 zł/m<sup>2</sup>. Jednakże transakcje tego typu lokalami należą do rzadkości na rynku i stanowią około 4% wszystkich sprzedawanych lokali. Najniższą średnią cenę zanotowano w dzielnicy Białoleka - ze względu na położenie na obrzeżach i Wesoła, która ze względu na peryferyjne położenie kojarzona jest głównie z zabudową jednorodziną. Obserwuje się bardzo dynamiczny wzrost liczby mieszkań gotowych i niesprzedanych. Pojawił się także trend przeprojektowania inwestycji

mieszkaniowych na budynki komercyjne (np. biurowce), a także pod indywidualne potrzeby klientów. Aktualna średnia cena transakcyjna na rynku pierwotnym w Warszawie wynosi 8623 zł/m<sup>2</sup>. Ceny nieruchomości na terenie dzielnicy Bemowo oraz Bielany – które najchętniej wybierali studenci wypełniając ankietę, plasują się na poniżej średniej ceny transakcyjnej na rynku pierwotnym w Warszawie (7479 PLN/ m<sup>2</sup> oraz 7520 PLN/ m<sup>2</sup>).

#### 4. Porównanie wyników ankiety z danymi z CORINE Land Cover

Jednym z ważniejszych czynników decydujących o wyborze przez ankietowanych miejsca przyszłego zamieszkania była bliskość terenów zielonych. Takimi preferencjami kierowali się studenci wskazując na dzielnice Bemowo, czy Bielany. W rzeczywistości analizując dane o pokryciu terenu CORINE Land Cover z 2006 r. okazało się, iż Bemowo znajduje się dopiero na ósmym miejscu pod względem powierzchni terenów zielonych w Warszawie. Bielany natomiast są na miejscu trzecim. Największą powierzchnię zajmują te tereny w Wawrze i Wesołej. Dla porównania powierzchnia terenów zielonych na terenie Wawra wynosi 2976,44 ha, natomiast na terenie Mokotowa zaledwie 65,74ha.



**Rys. 2.** Mapa pokrycia terenu Warszawy. *Źródło:* Opracowanie własne na podstawie danych z CORINE Land Cover.

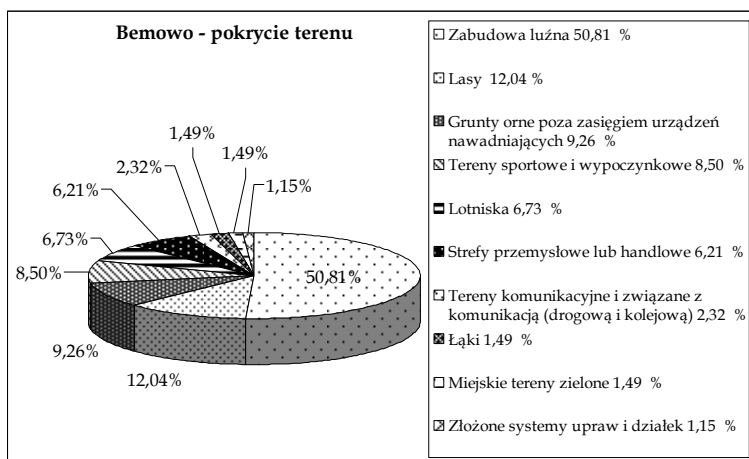
Stan pokrycia terenu dla Warszawy - według danych z CORINE Land Cover z roku 2006 pokazano na rysunku 2.

Rozmieszczenie terenów zielonych w poszczególnych dzielnicach zobrażowano natomiast na rysunku 3.



**Rys. 3.** Tereny zielone na terenie Warszawy. *Źródło:* Opracowanie własne na podstawie danych z CORINE Land Cover.

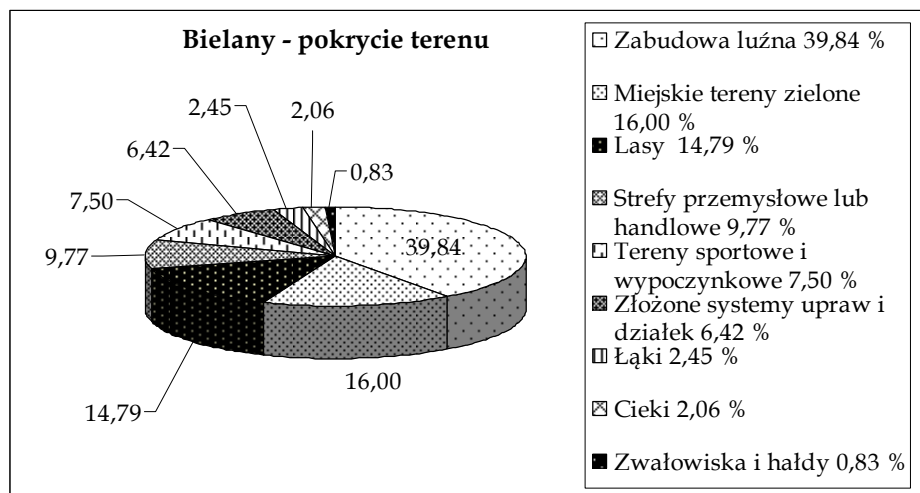
Po przeanalizowaniu danych o pokryciu terenu CORINE Land Cover możemy zauważyć, iż na terenie Bemowa tylko 16,17 % to tereny zielone. Ponad 50 % to zabudowa luźna. Dane te obrazuje wykres poniżej.



**Wykres 9.** Średnia cena 1m<sup>2</sup> mieszkania na rynku pierwotnym w Warszawie. *Źródło:* Opracowanie własne na podstawie danych z CORINE Land Cover.



Analizując pokrycie terenu Bielany zauważymy, iż 30,79 % zajmują tereny zielone. Prawie 40% to zabudowa luźna i 9,77 % zajmują tereny przemysłowe lub handlowe.



**Wykres 10.** Średnia cena 1m<sup>2</sup> mieszkania na rynku pierwotnym w Warszawie. Źródło: Opracowanie własne.

Typowo „zielonymi” dzielnicami są Wesoła i Wawer. W pierwszej dzielnicy aż 60,34 % stanowią lasy, w tym 42,56% lasy iglaste. W drugiej natomiast tereny zielone zajmują 36,99 %.

## 5. Podsumowanie i wnioski

Popyt na nieruchomości na pierwotnym rynku nieruchomości zależny jest od preferencji nabywców dotyczących nie tylko cen, ale także lokalizacji. Niezbędne jest zatem przeprowadzanie odpowiednich ankiet w celu zbadania zapotrzebowania „kupujących”. Jednakże należy zwrócić uwagę na fakt, iż wyobrażenie uczestników rynku o atrakcyjności dzielnic Warszawy, jako preferowanych do zakupu nieruchomości jest często mylne, o czym przekonaliśmy się porównując powody jakimi kierowali się studenci wybierając daną dzielnicę, a rzeczywistą strukturą pokrycia terenu w dzielnicy. Wskazując Bemowo czy Bielany jako dzielnicę najbardziej preferowaną do zakupu ze względu na największą ilość terenów zielonych potwierdzali tezę, iż kierowali się oni jedynie subiektywnym wyobrażeniem. Skutkiem tego jest to, iż niedocenione ze względu na swe walory licznej zieleni pozostają takie dzielnice jak Wawer i Wesoła. Fakt częstego wyboru Bemowa lub Bielany przez studentów wiąże się również z tym, iż w dzielnicy tej mieści się Wojskowa Akademia Techniczna. Zatem wybór tych dzielnic uwarunkowany jest miejscem położenia uczelni. Można więc postawić tezę, iż wynik ankiety zależny jest od profilu respondentów, czyli głównie od ich

subiektywnych ocen i zapotrzebowań na daną nieruchomość. Podsumowując należy podkreślić fakt, iż rynek pierwotny w Warszawie przedstawia liczną ofertę nowych mieszkań mogących zaspokoić potrzeby studentów Wojskowej Akademii Technicznej.

## **6. Literatura**

- BRYX M. 2008. *Rynek nieruchomości – system i funkcjonowanie*. POLTEX, Warszawa.
- GÓRSKA M. 2010. *Warszawski pierwotny rynek mieszkaniowy – III kw. 2010 r.* Monitor Rynku Nieruchomości, Warszawa.
- Gospodarka mieszkaniowa w 2009 r.*, Główny Urząd Statystyczny 2010, Warszawa.
- Nieruchomości w Polsce – pośrednictwo i zarządzanie*. Red. W. Brzeski, D. Cichoń, K. Jurek, B. Rogatko. 2007. Europejski Instytut Nieruchomości, Warszawa-Kraków.
- Podstawy zarządzania nieruchomościami* Red. M. Bryx. 2000. POLTEX, Warszawa.

# THE ANALYSIS OF STUDENTS PREFERENCES ON FLAT PURCHASE ON THE BASIS OF THE PRIMARY MARKET IN WARSAW

**Beata Całka**

*Geographic Information System  
Military University Of Technology  
e-mail: beata.calka@op.pl*

**Key words:** primary market, demand.

## **Abstract**

In the following article, the author presented the analysis of preferences of students of Military University of Technology on flat purchase in Warsaw and based on a questionnaire survey, she made her own research. First, the author showed the methodology of choosing the residential area. Secondly, she investigated the primary property market in Warsaw on the basis of students' top housing preferences. Thirdly, she compared average flat prices and showed housing trends in the primary market in Warsaw. Furthermore, the author used the data from CORINE Land Cover map of Warsaw and compared it with the results of the survey. Finally, the results were discussed and pictured in different ways in cartographic presentation.

# REGIONALNE ZRÓŻNICOWANIE CEN I ICH DETERMINANT NA RYNKU MIESZKANIOWYM W POLSCE

**Konrad Żelazowski**  
*Katedra Inwestycji i Nieruchomości*  
*Uniwersytet Łódzki*  
e-mail: [kzelazowski@uni.lodz.pl](mailto:kzelazowski@uni.lodz.pl)

**Słowa kluczowe:** *regionalne zróżnicowanie cen, rynek mieszkaniowy*

## **Streszczenie**

Zakres zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych w Polsce odbiega wyraźnie od innych krajów Unii Europejskiej. Związane jest to zarówno z uwarunkowaniami historycznymi, społecznymi a przede wszystkim ekonomicznymi. Istotne dysproporcje w rozwoju rynków mieszkaniowych zauważalne są również w Polsce.

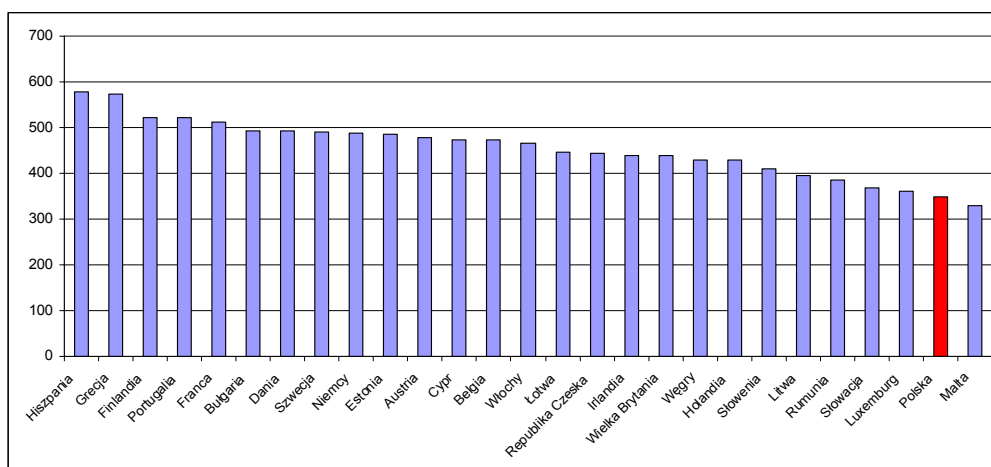
Celem artykułu jest zidentyfikowanie regionalnych różnic w poziomach zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych w Polsce, regionalnego zróżnicowania cen nieruchomości, jak również wskazanie podstawowych czynników determinujących to zróżnicowanie.

## **1. Wstęp**

Poziom zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych w Polsce należy do najniższych w Unii Europejskiej. W 2008r. liczba mieszkań przypadających na 1000 mieszkańców wyniosła 349 i była to najniższa wartość pośród 27 krajów UE (por. rys. 1). Różnica między średnią wartością tego współczynnika dla krajów UE (454) a Polską (349) obrazuje ogromną dysproporcję w wysokości ponad 4 mln mieszkań (KUCHARSKA-STASIAK i in. 2009). Według spisu powszechnego z 2002 r. statystyczny deficyt mieszkań wynosił 1 704 tys. (RYDZIK, 2004). Powyższe statystyki w sposób dobitny określają skalę potrzeb mieszkaniowych w Polsce.

Do najważniejszych czynników określających aktywność strony popytowej na polskim rynku mieszkaniowym należy zaliczyć:

- niski poziom zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych,
- niski poziom dochodów realnych ludności,
- słabo rozwinięty system finansowania rynku nieruchomości,
- niski poziom własności prywatnej w miastach.



**Rys. 1.** Liczba mieszkań na 1000 mieszkańców w krajach UE w 2008 roku.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: EMF 2010. *Hypostat 2009 A review of Europe's mortgage and housing markets.*

Wśród czynników charakteryzujących stronę podażową rynku mieszkaniowego należy wymienić:

- małe zaangażowanie banków w finansowanie inwestycji budowlanych,
- słaba dostępność terenów budowlanych,
- długi i kosztowny proces załatwiania wszystkich formalności związanych z realizacją budowy,
- ryzyko działalności deweloperskiej,
- niskie czynsze oraz brak motywacji do inwestowania w mieszkania na wynajem (ŁASZEK 2004).

Wymienione czynniki, uwzględniając ich wpływ na rynki regionalne, możemy podzielić na dwie zasadnicze grupy:

- 1) czynniki mające podobny wpływ na wszystkie rynki regionalne: polityka pieniężna, koszty kredytu, obowiązujący system finansowania rynku nieruchomości,
- 2) czynniki odpowiadające za regionalne różnice w funkcjonowaniu rynków nieruchomości: istniejący zasób mieszkaniowy i jego stan, czynniki demograficzne, koszty działalności budowlanej, dochody gospodarstw domowych.

## 2. Regionalne zróżnicowanie warunków mieszkaniowych oraz cen mieszkań w Polsce

Analiza rynków mieszkaniowych w ujęciu regionalnym wskazuje na występowanie istotnych różnic w poziomie ich rozwoju. Wskazują na to poziom

i jakość zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych obywateli oraz ceny nieruchomości mieszkaniowych.

Uwzględniając wskaźnik zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych określony jako relacja liczby mieszkań ogółem na 1000 mieszkańców możemy wskazać województwa o najwyższym poziomie zaspokojenia tych potrzeb (woj. mazowieckie i łódzkie) oraz o najniższym poziomie (woj. podkarpackie i wielkopolskie). Rozbieżności te są jeszcze bardziej zauważalne w przypadku miast wojewódzkich. Różnica pomiędzy miastem o największych zasobach mieszkaniowych (Warszawa) i zasobach najmniejszych (Rzeszów) wynosi ponad 115 mieszkań na 1000 mieszkańców (por. tab. 1)

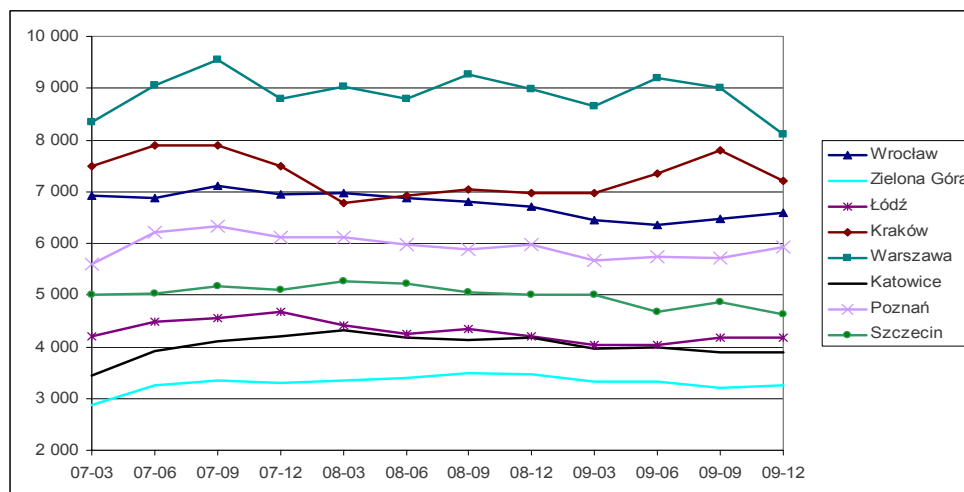
**Tabela 1**

Poziom zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych w województwach i miastach wojewódzkich w Polsce w 2009 roku

Jednostka terytorialna	Mieszkania na 1000 mieszkańców	Miasto wojewódzkie	Mieszkania na 1000 mieszkańców
Łódzkie	380,8277	Łódź	454,80
Mazowieckie	383,1256	Warszawa	477,63
Małopolskie	326,7055	Kraków	425,82
Śląskie	368,437	Katowice	439,63
Lubelskie	334,958	Lublin	390,73
Podkarpackie	294,8944	Rzeszów	361,55
Podlaskie	347,977	Białystok	395,60
Świętokrzyskie	332,2844	Kielce	383,06
Lubuskie	343,8206	Zielona Góra	400,72
Wielkopolskie	319,9748	Poznań	423,67
Zachodniopomorskie	353,9964	Szczecin	396,84
Dolnośląskie	366,2487	Wrocław	418,59
Opolskie	329,7488	Opole	385,18
Kujawsko-Pomorskie	334,7981	Bydgoszcz	389,88
Pomorskie	343,3614	Gdańsk	408,58
Warmińsko-Mazurskie	335,4173	Olsztyn	398,82
<b>Średnia krajowa</b>	<b>348,5297</b>	<b>średnia</b>	<b>409,44</b>

Źródło: GUS, Bank Danych Lokalnych (BDL), 2009r.

Zewnętrznym przejawem różnych ścieżek rozwoju rynków regionalnych są różnice w poziomie cen nieruchomości. Prezentacja cen lokali mieszkalnych na rynku wtórnym dla wybranych miast wojewódzkich potwierdza istotne dysproporcje w ich poziomach (por. rys. 2).



**Rys. 2.** Zróżnicowanie cen lokali mieszkalnych rynku wtórnego w wybranych miastach wojewódzkich w latach 2007-2009. Źródło: Nykiel (2010).

Przeprowadzona analiza porównawcza cen lokali mieszkalnych dla miast wojewódzkich rodzi istotne pytanie: czy istniejące różnice w poziomach cen lokali mają swoje uzasadnienie? W celu udzielenia odpowiedzi na to pytanie przeprowadzona została analiza najważniejszych czynników społeczno-gospodarczych mających wpływ na regionalne zróżnicowanie cen lokali mieszkalnych. Zweryfikowana została hipoteza zakładająca, iż różnice w cenach lokali mieszkalnych dla miast wojewódzkich mają swoje wyjaśnienie w poziomach głównych czynników cenotwórczych.

### 3. Czynniki determinujące funkcjonowanie regionalnych rynków mieszkaniowych

Literatura przedmiotu dostarcza bogatej wiedzy z zakresu przyczyn i mechanizmów regionalnego zróżnicowania cen nieruchomości (DE BRUDNE, VAN HOVE 2006 oraz MUELLBAUER, MURPHY 1994). Wśród czynników determinujących różnice w rozwoju rynków mieszkaniowych najczęściej wymienia się:

- 1) uwarunkowania historyczne – dotyczy to w głównej mierze istniejącego zasobu mieszkaniowego, w tym jego struktury wiekowej, jakościowej. Do historycznych uwarunkowań zaliczyć należy również realizowaną w minionych latach politykę remontową, poziom nakładów inwestycyjnych właścicieli na utrzymanie należytego stanu technicznego nieruchomości,
- 2) uwarunkowania ekonomiczne – mające najistotniejszy wpływ na kształtowanie się cen nieruchomości. W ramach czynników ekonomicznych wyróżnia się przede wszystkim dynamikę rozwoju gospodarczego

regionów, rynków lokalnych. Z perspektywy rynków nieruchomości do najważniejszych czynników cenotwórczych po stronie popytowej zalicza się poziom dochodów gospodarstw domowych, wyznaczający siłę nabywczą kupujących, stan lokalnego rynku pracy (stopa bezrobocia), determinujący bezpieczeństwo finansowe gospodarstw domowych oraz możliwość zaciągnięcia kredytu hipotecznego, stawki czynszu oraz poziom rozwoju rynku najmu, atrakcyjność inwestycyjna regionu. Stronę podażową charakteryzują takie czynniki jak: koszty działalności budowlanej, dostępność i ceny gruntów pod budownictwo mieszkaniowe, liczba nowych nieruchomości oddawanych do użytku;

- 3) uwarunkowania demograficzne - do których zalicza się liczbę ludności, jej strukturę wiekową, saldo migracji w ramach wybranego rynku,
- 4) uwarunkowania administracyjne - realizowana przez władze lokalne polityka przestrzenna, w tym dostępność miejscowych planów zagospodarowania przestrzennego, dbałość o rozwój i utrzymanie w należytym stanie infrastruktury technicznej, usprawnienia administracyjne w obsłudze inwestorów, dbałość o jakość życia mieszkańców.

W oparciu o dane przekrojowe dla miast wojewódzkich (2009 r.) oszacowany został liniowy model cen lokali mieszkalnych na rynku wtórnym z uwzględnieniem najważniejszych zmiennych społeczno-ekonomicznych:

$$P_i = F(PKB_i, C_i, I_i, U_i, S_i, NS_i, A_i, Pop_i) \quad (1)$$

gdzie:

$P_i$  - Ceny lokali mieszkalnych na rynku wtórnym - L. Nykiel. *Analiza rynku nieruchomości mieszkaniowych. Rynek mieszkaniowy IV kwartał 2009r.*, PKO BP Departament Klienta Rynku Mieszkaniowego styczeń 2010.

$PKB_i$  - Produkt Krajowy Brutto per capita (dane dla 2008r.) - dane GUS

$C_i$  - Koszty budowy m.k. m<sup>2</sup> pow. użytkowej lokalu mieszkalnego (obiekt 1121) - *Biuletyn cen regionalnych w budownictwie oraz Biuletyn cen obiektów budowlanych*, Sekocenbud 2009 (dane dla województw)

$I_i$  - Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto - Bank Danych Lokalnych GUS

$U_i$  - Stopa bezrobocia - Bank Danych Lokalnych GUS

$S_i$  - Liczba mieszkań ogółem na 1000 mieszkańców - Bank Danych Lokalnych GUS

$NS_i$  - Mieszkania oddane do użytkowania na 1000 mieszkańców - Bank Danych Lokalnych GUS.



$A_i$  - Udział transakcji lokalami mieszkalnymi w zasobie ogółem (miara aktywności rynku) - Bank Danych Lokalnych GUS.

$Pop_i$  - Liczba osób w wieku 25-44 lat na 1000 mieszkańców - Bank Danych Lokalnych GUS.

Podstawową charakterystykę oraz siłę i kierunek zależności pomiędzy wybranymi zmiennymi objaśniającymi i cenami lokali mieszkalnych zawiera tabela 2.

Kierunek zależności dla większości zmiennych jest zgodny z teorią. Zmiennymi najsilniej skorelowanymi z cenami lokali mieszkalnych rynku wtórnego okazały się PKP per capita, koszty działalności budowlanej, a także liczba osób w wieku 25-44 lat przypadająca na 1000 mieszkańców. Wyższymi cenami lokali mieszkalnych charakteryzowały się zatem miasta dynamiczniej rozwijające się, o wyższych kosztach działalności budowlanej oraz większej liczbie osób młodych. Należy również zwrócić uwagę na istotną dodatnią zależność pomiędzy cenami lokali i poziomem wynagrodzeń brutto oraz ujemną zależność pomiędzy poziomem cen lokali i stopą bezrobocia na lokalnym rynku pracy.

Aktywność rynku mierzona liczbą transakcji lokalami mieszkalnymi w relacji do istniejącego zasobu wykazała niską zależność korelacyjną z poziomem cen.

Zmiennymi, dla których kierunek zależności z cenami lokali jest odmienny od zakładanego są: zasób mieszkaniowy na 1000 mieszkańców oraz podaż nowych nieruchomości na 1000 mieszkańców (korelacja dodatnia w relacji do oczekiwanej ujemnej). Wyjaśnieniem tej relacji może być specyfika polskiego rynku mieszkaniowego, rynku o niskim poziomie zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych i małej aktywności strony podaźowej. Podaż nieruchomości w badanym okresie stanowiła funkcję cen (wyższe ceny i większa opłacalność działalności deweloperskiej stymulowała przyrost inwestycji i nowych obiektów), ceny natomiast w umiarkowanym zakresie reagowały na zmiany podaży nieruchomości

W procesie szacowania modelu cen lokali mieszkalnych dla miast wojewódzkich (rynek wtórny) nie wszystkie zmienne objaśniające zostały ostatecznie w nim uwzględnione. Wynikało to z silnego skorelowania wybranych zmiennych objaśniających (problem współliniowości) oraz sprzecznego z teorią kierunku ich zależności z cenami lokali czy też brakiem ich statystycznej istotności. Ostatecznie otrzymano model następującej postaci:

**Tabela 2**

Charakterystyka wybranych zmiennych 2009r.

Zmienna	Min	Max	Średnia	Wsp. zmienności	Korelacja z cenami lokali
P	3128,25	6923,25	4480,88	21,22%	1
PKB	26095	98854	42932,8	43,9%	0,795
C	2133,13	2660,59	2342,92	5,06%	0,718

I	3060,42	4603,26	3494,00	13,49%	0,564
U	2,9%	11,6%	6,71%	38,42%	-0,558
S	361,55	477,63	409,44	6,97%	0,519
NS	2,42	13,70	6,08	54,63%	0,771
A	0,07%	1,45%	0,53%	68,59%	0,018
Pop	286,01	325,34	309,62	3,77%	0,670

Źródło: opracowanie własne.

$$P_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot PKB_i + Pop_i + \xi_i \quad (2)$$

Tabela 3

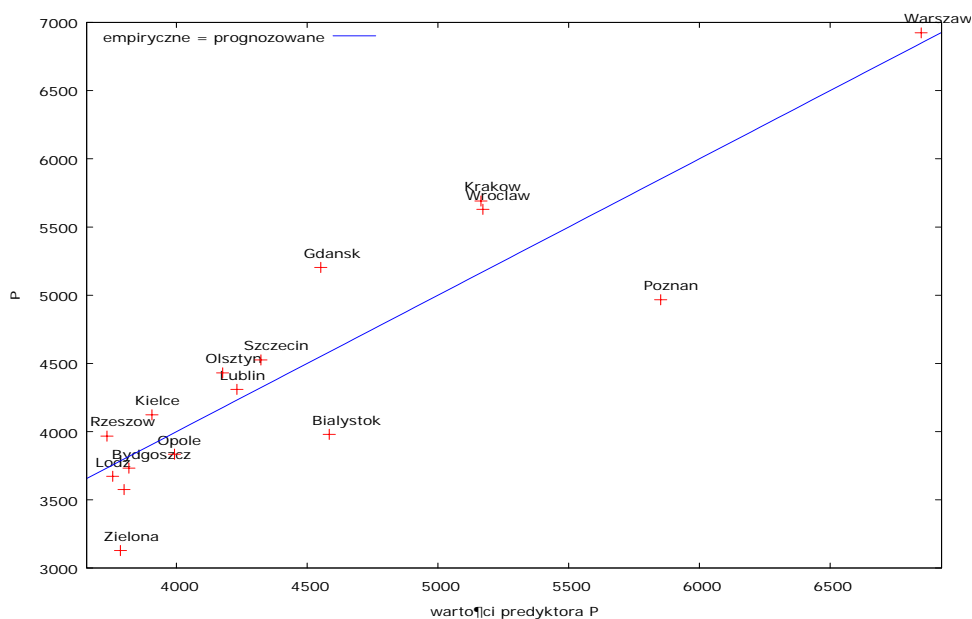
Wyniki estymacji modelu MNK (P - zmienna objaśniana)

	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
const	-8150,73	3199,92	-2,55	0,02432
PKB_per_capita	0,033	0,0068	4,90	0,00029
Pop	36,18	10,62	3,41	0,00469
Średn.aryt.zm.zależnej	4480,875	Odch.stand.zm.zależnej		981,9434
Suma kwadratów reszt	2800570	Błąd standardowy reszt		464,1428
Wsp. determ. R-kwadrat	0,806366	Skorygowany R-kwadrat		0,776576
F(3, 12)	27,06843	Wartość p dla testu F		0,000023
Test na normalność rozkładu reszt - Hipoteza zerowa: składnik losowy ma rozkład normalny Statystyka testu: Chi-kwadrat(2) = 1,29168 z wartością p = 0,524221		Test White'a na heteroskedastyczność reszt Hipoteza zerowa: heteroskedastyczność reszt nie występuje Statystyka testu: LM = 8,72083 z wartością p = P(Chi-kwadrat(5) > 8,72083) = 0,120731		

Źródło: opracowanie własne.

Zastosowanie modelu liniowego umożliwiło łatwą interpretację jego parametrów. Zgodnie z uzyskanymi wynikami (por. tab. 3) rynek o wyższym poziomie PKB per capita, o jedną złotówkę, towarzyszyć powinny wyższe o 0,033zł ceny lokali mieszkalnych. Ponadto rynki z wyższym o jednostkę wskaźnikiem osób młodych (w wieku 25-44 lata) na 1000 mieszkańców powinny charakteryzować się cenami lokali mieszkalnych wyższymi o 36, 18 zł.

Wyszczególnione zmienne umożliwiają w znacznym stopniu (77%) wyjaśnienie zmienności cen lokali mieszkalnych w miastach wojewódzkich. Poziom dopasowania modelu do danych empirycznym prezentuje rys. 3. Przeprowadzone testy (Test White'a oraz test normalności rozkładu reszt) dla poziomu istotności 0,05 nie dały podstaw do odrzucenia hipotez zakładających normalność rozkładu reszt modelu oraz brak heterogeniczności reszt.



**Rys. 3.** Poziom dopasowania modelu do danych empirycznych. Źródło: opracowanie własne.

Warto również podkreślić, iż w przypadku takich miast jak Zielona Góra, Gdańsk, Białystok oraz Poznań występują istotne różnice pomiędzy empirycznymi i teoretycznymi poziomami cen lokali mieszkalnych. Oznacza to, że w przypadku tych miast istotny wpływ na kształtowanie się cen lokali mieszkalnych mogły mieć czynniki nie uwzględnione w analizie oraz specyficzne uwarunkowania lokalne funkcjonowania tych rynków.

#### 4. Podsumowanie

Analiza regionalnych rynków mieszkaniowych w Polsce wskazuje na istotne różnice w zakresie ich rozwoju, czego przejawem są m.in. różnice w poziomach cen nieruchomości. Przeprowadzone badanie potwierdza hipotezę zakładającą, iż za regionalne zróżnicowanie cen lokali odpowiadają czynniki społeczno-ekonomiczne.

Wśród czynników, które w najistotniejszym zakresie objaśniły zmienność cen lokali w miastach wojewódzkich znalazły się uwarunkowania ekonomiczne, w tym poziom rozwoju rynku mierzony PKB per capita oraz uwarunkowania demograficzne.

## 5. Literatura

- DE BRUDNE K., VAN HOVE J. 2006. *Explaining the Spatial Variation In Housing Process: An Economic Geography Approach*. European University College Brussels (EHSAL) Centre for Economic Studies. KULeuven.
- EMF. 2010. *Hypostat 2009 A review of Europe's mortgage and housing markets*.
- KUCHARSKA-STASIAK E., SCHNEIDER B., ZAŁĘCZNA M. 2009. *Methodology for Local and Regional Real Estate Markets. Analyses and Possible Applications of Results*, Wyd. Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- ŁASZEK J. 2004. *Bariery rozwoju rynku nieruchomości mieszkaniowych w Polsce*. Materiały i Studia NBP, Zeszyt nr 184, Warszawa.
- MUELLBAUER J., MURPHY A. 1994. *Explaining regional house prices and consumption*. Housing Research 130, Joseph Rowntree Foundation.
- NYKIEL L. 2010. *Analiza rynku nieruchomości mieszkaniowych. Rynek mieszkaniowy IV kwartał 2009r.*, PKO BP Departament Klienta Rynku Mieszkaniowego.
- RYDZIK W. 2004. *Potrzeby mieszkaniowe ludności Polski na tle wojewódzkich rynków mieszkaniowych*, IRM.

\*\*\*\*\*

## REGIONAL DIFFERENCES IN PRICES AND THEIR DETERMINANTS ON POLISH HOUSING MARKET

**Konrad Żelazowski**

*Department of Investment and Real Estate*

*University of Lodz*

*e-mail: kzelazowski@uni.lodz.pl*

**Key words:** *regional differences in real estate prices, housing market*

### Abstract

Meeting housing needs in Poland, compared to other EU countries, is noticeably at a low level. It is the result of historical, social and economic determinants. Differences in the development of regional housing markets are also observed.

The aim of the article is identification of regional differences in meeting housing needs, explanation of regional variation in real estate prices as well as indication of main factors responsible for those differences.



# UTRACONE KORZYŚCI A SŁUSZNE ODSZKODOWANIE ZA NIERUCHOMOŚCI PRZEJĘTE POD INWESTYCJE CELU PUBLICZNEGO W POLSCE I NA ŚWIECIE<sup>6</sup>

**Marek Walacik**

*Katedra Gospodarki Nieruchomościami i Rozwoju Regionalnego  
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie  
e-mail: marek.walacik@uwm.edu.pl*

**Słowa kluczowe:** *wywłaszczenie, odszkodowanie, szkoda, utracone korzyści*

## **Streszczenie**

W niniejszym artykule porównano systemy prawne różnych krajów w odniesieniu do zagadnienia utraconych korzyści podczas ustalania wysokości odszkodowania za wywłaszczane nieruchomości. Przedstawiono zasady leżące u podstaw uwzględniania tego elementu w wysokości odszkodowania oraz metody stosowane podczas określania jego wartości.

Podczas realizacji badań wykorzystano odpowiedzi uzyskane od respondentów z 12 krajów położonych na trzech kontynentach (Europy, Azji i Australii). Przeanalizowano również zagraniczne przepisy prawa regulujące kwestie ustalania odszkodowania. Niezwykle pomocnymi okazały się być wskazówki zagranicznych ekspertów i pracowników naukowych zajmujących się tym zagadnieniem w szczególności uczestników XVIII Konferencji Towarzystwa Naukowego Nieruchomości pt. „Wybrane zasady przejmowania nieruchomości na cel publiczny oraz ustalania związanego z tym odszkodowania w Polsce”.

Różne kraje wypracowały różne zasady i metody uwzględniania elementu utraconych korzyści w wartości odszkodowania, w większości krajów lista elementów zaliczanych do utraconych korzyści jest otwarta.

## **1. Wprowadzenie**

Inwestycje celu publicznego są specyficznym rodzajem inwestycji. Procedury ich realizacji oparte zostały na wyjątkach od ogólnych zasad ochrony prawa własności, przez co, podczas regulacji stanów prawnych gruntów przeznaczonych pod tego rodzaju inwestycje możliwym jest ich wywłaszczenie lub przejęcie z mocy prawa. Instytucja pozbawienia lub ograniczenia praw do nieruchomości

---

<sup>6</sup> Autor otrzymał stypendium współfinansowane przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego. Opracowano w ramach realizacji projektu badawczego finansowanego Nr N N526 073438 ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

przeznaczonych pod inwestycje celu publicznego, uregulowana w wielu krajach zapisami konstytucji lub innych aktów prawnych o charakterze zasadniczym, dopuszczalna jest jedynie pod warunkiem zadośćuczynienia właścicielowi nieruchomości poniesionej straty w formie słusznego/ sprawiedliwego/pełnego odszkodowania. Jednym z rodzajów takich strat są utracone korzyści.

## 2. Pojęcie utraconych korzyści w polskim systemie prawnym

Podjmując próbę zdefiniowania pojęcia utraconych korzyści oraz umiejscowienia go w polskim systemie prawnym koniecznym jest odwołanie się do zagadnienia o znacznie szerszym znaczeniu – szkody.

Szkoda w ujęciu etymologicznym to „strata materialna lub moralna” (Szymczak, 1995). Najczęściej utożsamiana jest z uszczerbkiem ponoszonym w sferze majątkowej, wtedy dotyczyć może zarówno konkretnych podmiotów (szkoda na osobie) jak i przedmiotów (szkoda na mieniu). Nie należy jednak zapominać, że szkoda to także strata wartości niematerialnych/niemajątkowych - krzywda.

Pojęcie szkody funkcjonuje w różnych dziedzinach nauki i praktyki. Szkodę odnieść możemy w naukach ekonomicznych, wtedy też rozumiana będzie jako strata ekonomiczna wynikająca z naruszenia majątku lub reputacji, w dziedzinach technicznych najczęściej rozumiana jest jako zużycie, uszkodzenie lub zniszczenie rzeczy. Próżno natomiast szukać definicji szkody jako kategorii prawnej w polskich przepisach prawa. Pojęcie szkody bezpośrednio wywodzi się z zasady zawartej w Art. 361 § 2 k.c. w myśl której „naprawienie szkody obejmuje straty, które poszkodowany poniósł, oraz korzyści które mógłby osiągnąć, gdyby mu szkody nie wyrządzono” (KC). Zgodnie z literaturą przedmiotu, czerpiącą zarówno z doktryny jak i orzecznictwa, szkoda jako kategoria prawna to „naruszenie prawnie chronionych dóbr i interesów, które następują wbrew woli poszkodowanego” (Prawo asekuracyjne, 2002). Próbując umiejscowić owo naruszenie dóbr i interesów w czasie, wyróżnić możemy szkodę obecną – określoną na aktualny moment czasowy, szkodę przyszłą, która dopiero powstanie w konsekwencji zdarzenia wywołującego szkodę oraz szkodę ewentualną, prawdopodobną, mającą charakter hipotetyczny. Inna z funkcjonujących klasyfikacji rodzajów szkód wyróżnia szkodę bezpośrednią – wynikającą bezpośrednio ze zdarzenia oraz szkodę pośrednią, związaną pośrednio ze zdarzeniem wywołującym szkodę.

Rezultatem szkody poniesionej w sferze majątkowej jest uszczuplenie aktywów lub zwiększenie pasywów. Najczęściej przyjmuje ono formę tzw. szkody rzeczywistej (damnum emergens) obejmującej straty bezpośrednie które poszkodowany poniósł. Pojęcie szkody rzeczywistej jednak nie jest jedynym elementem składowym uszczerbku ponieszonego na majątku. Dopelnieniem strat rzeczywistych są bowiem tzw. utracone korzyści (lucrum cessans), pod pojęciem których należy rozumieć zyski, które dana osoba mogłaby osiągnąć gdyby szkoda nie została wyrządzona (OSYPIUK 2007; FILIPAK 2007).

Pojęcie utraconych korzyści najczęściej umiejscawiane jest w kontekście odszkodowania przysługującego za poniesione szkody. Pomimo tego jednak, że stanowi jeden z elementów składowych szkody, nie zawsze jest uwzględniany, w obowiązujących przepisach prawa, podczas ustalania owej rekompensaty - np. podczas ustalania odszkodowania za pozbawienie lub ograniczenie praw do nieruchomości w związku z realizacją inwestycji celu publicznego.

### **3 Zasady i metody uwzględniania utraconych korzyści podczas ustalania wysokości odszkodowania za wywłaszczenie w Polsce i na świecie.**

Zasady ustalania wysokości odszkodowania za wywłaszczenie w Polsce nie przewidują możliwości uwzględnienia wartości utraconych korzyści, bowiem zasadniczo stanowią kontynuację zasady wyceny nieruchomości jedynie w zakresie szkody rzeczywistej stosowanej do wywłaszczeń co najmniej od lat 80-tych XIX w. (por. Ustawa z dnia 29 kwietnia 1985 roku o gospodarce gruntami i wywłaszczeniu nieruchomości). W myśl tej zasady, z pewnymi wyjątkami, wysokość odszkodowania odpowiada wartości rynkowej nieruchomości (ustalanej na dzień wydania decyzji o wywłaszczeniu lub na dzień wydania decyzji o ustaleniu wysokości odszkodowania) lub wartości odtworzeniowej (gdy nieruchomość nie jest przedmiotem obrotu rynkowego ze względu na pełnione funkcje)

W związku z tym, iż w większości krajów utracone korzyści stanowią jeden z elementów składowych odszkodowania przysługującego za ograniczenie bądź pozbawienie praw do nieruchomości niezbędnych do realizacji inwestycji celu publicznego zasad regulujących jego uwzględnienie w wielu krajach należy poszukiwać w regulach dotyczących określania tej rekompensaty.

„W ustawach wywłaszczeniowych większości krajów można znaleźć zapis, że wysokość odszkodowania powinna być taka aby sytuacja ekonomiczna właściciela nieruchomości była taka sama po wywłaszczeniu jak przed nim.” (ŻRÓBEK i ŻRÓBEK, 2007). Właściciel nieruchomości nie może zostać pokrzywdzony faktem wywłaszczenia, nie może też zyskać, w związku z czym wystąpienie szkody w postaci utraconych korzyści determinuje konieczność jej uwzględnienia podczas ustalania wielkości rekompensaty. Konieczność uwzględnienia elementu utraconych korzyści w wysokości odszkodowania w wielu krajach sprawia, że wartość odejmowanego prawa stanowi dolną granicę rekompensaty - wyjątek w tym przypadku oprócz Polski stanowią Tajwan i Turcja w których w których utracone korzyści nie są uwzględniane (ŻRÓBEK i WALACIK, 2008)(tabela1).

W przypadku metodyki ustalania wartości tegoż elementu praktyka stosowana za granicą pozwala stwierdzić, że najczęściej wykorzystywanymi sposobami są techniki właściwe dla podejścia dochodowego - dyskontowania strumieni dochodów i kapitalizacji prostej.

Ogólna zasada stosowania takiej metodyki obowiązuje w Chinach, Szwecji czy chociażby na Węgrzech. Występują jednak kraje, w których uszczegółowiono założenia wyceny utraconych korzyści. Dla przykładu, w Finlandii okresem za



który rekompensowane są zyski, które dana osoba mogłaby osiągnąć gdyby szkoda nie została wyrządzona jest okres do 5 lat. Przyjmuje się, że po tym okresie przedsiębiorstwo w pełni przystosowuje się do nowej sytuacji powstałej po wyrządzeniu szkody. W przypadku Norwegii podczas ustalania wielkości utraconych korzyści koniecznym jest uwzględnienie możliwego pomniejszenia strat wraz z upływem czasu, w miarę dostosowania się do nowej sytuacji („adoption to the new land situation”). Niektóre kraje wypracowały również specjalne wytyczne, w których sprecyzowano sposoby określania utraconych korzyści. Opracowanie takie funkcjonuje np. w Niemczech pod nazwą „Compensation Agriculture Guidelines (LandR)”. Pomimo tego, iż nie jest ono opracowaniem obligatoryjnym, w środowisku rzeczoznawców majątkowych specjalizujących się w wycenie nieruchomości rolnych (wpisanych do centralnego rejestru - Landwirtschaftskammer) stanowi niezwykle przydatne wskazówki metodyczne. Krajem którego metodyka wyceny utraconych korzyści czerpie z nauki wyceny przedsiębiorstw jest Cypr. Na Cyprze metodami stosowanymi do określania wartości są najczęściej metody dochodowe wycen przedsiębiorstw (Total Earnings Method, Dual capitalization Method, Superprofits Method, Capital Earnings Method).

**Tabela 1**

Zasady uwzględniania utraconych korzyści w wybranych krajach

KRAJ	UTRACONE KORZYŚCI	
	UWZGLĘDNIONE	NIE UWZGLĘDNIONE
<b>Australia</b>	✓	
<b>Chiny</b>	✓	
<b>Cypr</b>	✓	
<b>Finlandia</b>	✓	
<b>Kanada</b>	✓	
<b>Niemcy</b>	✓	
<b>Norwegia</b>	✓	
<b>Nowa Zelandia</b>	✓	
<b>Polska</b>		✓
<b>Szwecja</b>	✓	
<b>Tajwan</b>		✓
<b>Turcja</b>		✓
<b>Węgry</b>	✓	

*Źródło:* Questionnaire on compulsory purchase (ŻRÓBEK i WALACIK, 2008).

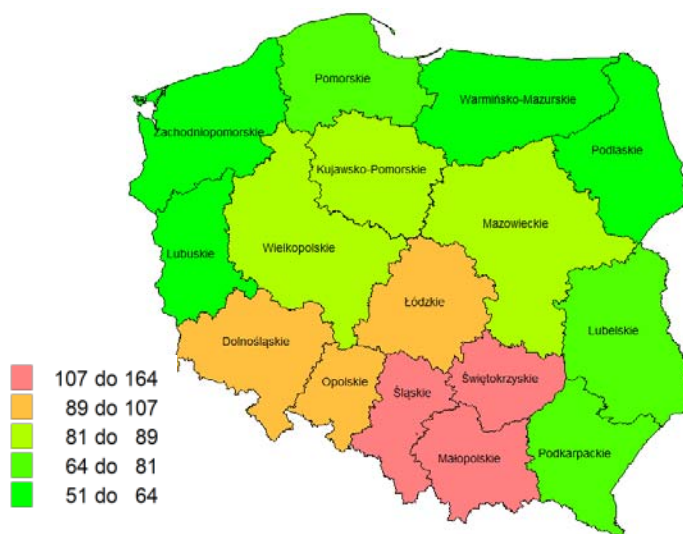
Wszystkie z opisanych powyżej zasad i metod stosowanych do określenia wartości utraconych korzyści nie są w stanie odpowiedzieć na pytanie, które

w większości przypadków pierwsze nasuwa się osobom, których nieruchomości są wywłaszczane/przejmowane oraz pracownikom akademickim podejmującym problematykę ustalania wysokości odszkodowania za wywłaszczenie – w jaki sposób określonyby wartość odszkodowania w innym kraju i jaką kwotę rekompensaty otrzymałaby osoba wywłaszczana? W celu udzielenia odpowiedzi na to pytanie opracowano studium przypadku jednej z najczęściej realizowanych inwestycji celu publicznego w ostatnich latach w Polsce – inwestycji budowy drogi publicznej (kategoria drogi krajowej).

#### 4. Studium przypadku (case study)

Obszarem, na którym rozpatrywany przypadek regulacji stanu prawnego gruntu pod inwestycję drogową miał miejsce było województwo warmińsko-mazurskie, powiat olsztyński.

Sieć drogową województwa warmińsko-mazurskiego jest zdecydowanie najmniej rozwiniętą siecią w porównaniu z sieciami drogowymi pozostałych województw. Pomimo tego, iż w odniesieniu do liczby ludności województwa wartość wskaźnika długości dróg publicznych (o twardej nawierzchni) w 2008 roku była czwartą w kraju (86,6 km/10 tys osób), długość tych dróg przypadająca na 100km<sup>2</sup> powierzchni była najmniejsza i wynosiła 51 km/100km<sup>2</sup> (rys. 1).



**Rys. 1.** Mapa wartości wskaźników długości dróg (o twardej nawierzchni) na 10 tys. ludności poszczególnych województw w 2008 roku. *Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych (GUS, 2010)

Pozbawienie praw do nieruchomości wiązało się z realizacją inwestycji budowy drogi krajowej nr 16, jednego z najważniejszych połączeń komunikacyjnych

województwa, potocznie nazywanego „kręgosłupem Warmii i Mazur”. Nieruchomość objęta procedurą wywłaszczeniową zlokalizowana była w sąsiedztwie pasa drogowego – bezpośrednio graniczyła z drogą po stronie północnej. Wykorzystywana była w celach komercyjnych – na nieruchomości zlokalizowana była stacja paliw. W skład stacji benzynowej wchodziło:

- 8 dystrybutorów paliwa,
- sklep w którym klienci mieli możliwość zakupu podstawowych artykułów spożywczych, prasy oraz artykułów eksploatacyjnych do pojazdów,
- baru „bistro”, w którym klienci, w zdecydowanej większości kierowcy samochodów ciężarowych, mogli zjeść posiłek,
- dużego parkingu dostosowanego do postoju samochodów ciężarowych. (rys. 2, rys. 3)

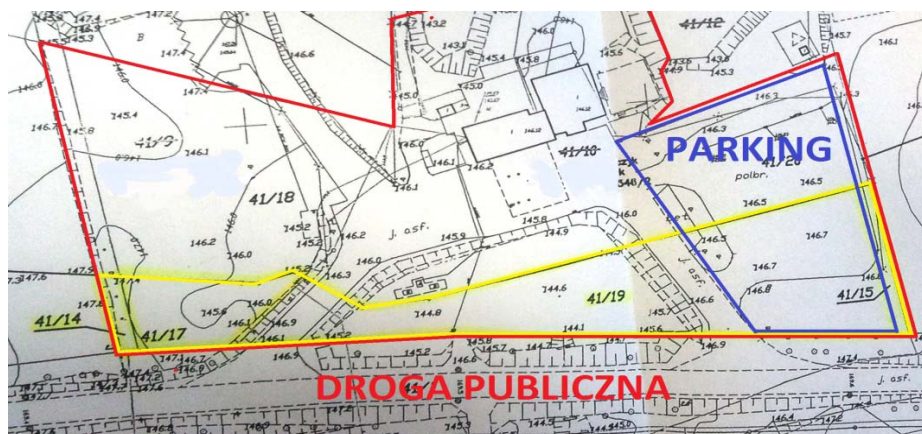


**Rys. 2.** Widok baru „bistro”. Źródło: wizja terenowa.

W związku z koniecznością poszerzenia pasa drogowego południowa część nieruchomości musiała zostać przejęta. Odjęte tereny obejmowały niezagospodarowany teren w południowo zachodniej części nieruchomości, utwardzony zjazd z drogi krajowej oraz co najważniejsze w kontekście szkody poniesionej przez właściciela, w szczególności utraconych korzyści, znaczną część parkingu przeznaczonego do postoju samochodów osobowych klientów stacji a przede wszystkim samochodów ciężarowych (rys. 4). Związek przyczynowo skutkowy ograniczenia prawa własności był następujący:

- znaczne pomniejszenie powierzchni parkingu w dość istotny sposób zmniejszyło dochód jaki owy parking generował,
- zmniejszenie możliwości pozostawienia samochodu przy stacji sprawiło, że znaczna część osób która chciała zjeść posiłek w barze „bistro” zrezygnowała (zmniejszenie dochodów z baru),
- zmniejszenie możliwości pozostawienia samochodu w miejscu innym niż dystrybutor paliwa sprawiła, że osoby która chciały jedynie nabyć

artykuły spożywcze bądź inne dostępne w sklepie również rezygnowały co z kolei prowadziło do zmniejszenia dochodów z działalności prowadzonej w sklepie.



**Rys. 3.** Mapa nieruchomości objętej procedurą regulacji stanu prawnego gruntu (żółty kolor – odjęty obszar, czerwony kolor – granica nieruchomości). *Zródło:* opracowanie własne na podstawie materiałów udostępnionych przez GDDKiA Oddział w Olsztynie.

Strata rzeczywista w postaci gruntu działki oraz jego części składowych była dość istotnym elementem składowym szkody, jaką poniósł właściciel, ale nie jedynym. Nie sposób w rachunku elementów składowych uszczuplenia majątku właściciela pominąć faktu, że w związku z realizacją inwestycji drogowej stracił możliwość osiągnięcia części zysków z parkingu, baru i sklepu – szkody na przedsiębiorstwie (utracone korzyści). Katalog elementów uwzględnianych podczas ustalania wysokości „słusznego” odszkodowania, w polskim systemie prawnym nie przewiduje możliwości uzyskania zadośćuczynienia na tego rodzaju utracone korzyści. W zupełnie inny sposób właścicielowi nieruchomości zrekompensowanoby poniesioną stratę w innych krajach.

#### 4.1. Stany Zjednoczone

W przypadku Stanów Zjednoczonych wartość utraconych korzyści poniesionych przez właściciela, jako część składowa przyznanej rekompensaty, uwzględniona zostałaby pośrednio z wykorzystaniem tzw. „the before and after method”. Metoda ta polega na określeniu przez rzeczoznawcę majątkowego wartości rynkowej nieruchomości przed ograniczeniem lub pozbawieniem prawa do nieruchomości i po nim. W obu przypadkach wartość rynkowa nieruchomości określana jest, zgodnie z wyrokiem Sądu Najwyższego (Boom Co. V. Patterson, 98 U.S. 403, 408 (1878)) dla optymalnego sposobu użytkowania („highest and best use”). Wartość odszkodowania odpowiada różnicy tych wartości.

$$W_O = WN_{PRZED} - WN_{PO} \quad (1)$$

- $W_O$  - Wartość odszkodowania (w tym utraconych korzyści)  
 $WN_{PRZED}$  - Wartość nieruchomości przed wywłaszczeniem określona dla optymalnego sposobu użytkowania  
 $WN_{PO}$  - Wartość nieruchomości po wywłaszczeniu określona dla optymalnego sposobu użytkowania (SZYPSZAK 2010).

#### 4.2. Norwegia

Zgodnie z Norweską Ustawą regulującą kwestie określania odszkodowania za wywłaszczenie (Expropriation Compensation Act), w szczególności artykułem 4, wysokość odszkodowania określona została w takim sposób, aby zrekompensować szkodę ekonomiczną wynikającą bezpośrednio z wywłaszczenia. Metodycznie początek procedury wyglądałby tak jak w przypadku Stanów Zjednoczonych - the before and after method. W Norwegii jednak organ określający wysokość odszkodowania musiałby zweryfikować jeszcze jedną rzecz - czy wysokość skapitalizowanej wartości utraconych korzyści (w praktyce, stopa kapitalizacji przyjmowana jest w wysokości 5%) nie przekracza kwoty otrzymanej z różnicy wartości nieruchomości przed wywłaszczeniem i po nim. Właściciel wywłaszczanej nieruchomości otrzymuje zawsze odszkodowanie w wysokości odpowiadającej większej kwocie.

$$W_O = WN_{PRZED} - WN_{PO} \text{ lub } W_O = UK \times \frac{1}{S_K} \quad (2)$$

- $W_O$  - Wartość odszkodowania (w tym utraconych korzyści)  
 $WN_{PRZED}$  - Wartość nieruchomości przed wywłaszczeniem określona dla optymalnego sposobu użytkowania  
 $WN_{PO}$  - Wartość nieruchomości po wywłaszczeniu określona dla optymalnego sposobu użytkowania  
 $UK$  - Wartość utraconych korzyści  
 $S_K$  - stopa kapitalizacji (5%) (Steinshold H, 2010)

#### 4.3. Nowa Zelandia

W przypadku Nowej Zelandii podstawowym przepisem regulującym kwestie ustalania odszkodowania za wywłaszczenie, w tym, rekompensaty utraconych korzyści jest Public Works Act (1981). W myśl zapisów tego przepisu „właścicielowi wywłaszczonej nieruchomości przysługuje odszkodowanie za wszelkie szkody (...)”. W praktyce oznacza to, że odszkodowanie obejmuje najczęściej szkodę rzeczywistą, utracone korzyści oraz dodatkowe koszty jakie właściciel musiał ponieść w związku z wywłaszczeniem np. koszty przeprowadzki, gdy wywłaszczenie wymaga zmiany miejsca zamieszkania. O ile w przypadku kosztów przeprowadzki nowozelandzkie ustawodawstwo

przewiduje pewne ograniczenia (rekompensata kosztów do odległości 80km), jedyną zasadą obowiązującą podczas ustalania wartości utraconych korzyści jest reguła, że ich wartość musi być rozsądna, uzasadniona i sensowna. W sytuacji wyłączenia nieruchomości stacji paliw (analizowany przypadek), najbardziej prawdopodobnym scenariuszem uwzględnienia elementów składowych odszkodowania byłoby, odwołanie się do decyzji angielskiej Izby Lordów w sprawie *Wildtree Hotels v Harrow LBC* (2001) 2 AC - uwzględnienie wartości przejętej nieruchomości oraz wartości utraconych korzyści. Kluczową dla ustalenia wartości utraconych korzyści byłyby natomiast dokumentacja księgowa z prowadzonej działalności. Na jej podstawie określonyby spadek dochodów z prowadzonej działalności a otrzymaną wartość skapitalizowano.

$$W_O = -WN + UK \times \frac{1}{S_K} \quad (3)$$

- $W_O$  – Wartość odszkodowania (w tym utraconych korzyści)  
 $WN$  – Wartość przejętej nieruchomości.  
 $UK$  – Wartość utraconych korzyści określona na podstawie dokumentacji księgowej  
 $S_K$  – stopa kapitalizacji (Knoval T., 2010)

## 5. Podsumowanie i wnioski

Problematyka utraconych korzyści oraz ich rekompensaty podczas regulacji stanów prawnych gruntów przeznaczonych pod inwestycje drogowe, czy też w ujęciu szerszym, inwestycji celu publicznego, stanowi problem częstych konfliktów na linii właściciel nieruchomości organ administracji publicznej. Brak możliwości uwzględnienia utraconych korzyści w Polsce, w większości przypadków odbiera możliwość finansowego zadośćuczynienia właścicielowi za poniesioną szkodę, powodując tym samym poczucie niesprawiedliwości i braku zasady słuszności otrzymanej kwoty odszkodowania. Pomimo tego, że środowisko specjalistów często sygnalizowało konieczność zmian przepisów prawa w tej kwestii (GRZECHNIK 2007; MARZEC 2007; PLETNIA i in. 2007) do tej pory nie opracowano konkretnych propozycji rozwiązania tego problemu. Jak ukazano w studium porównawczym zawartym w artykule, różne kraje wypracowały różne zasady i metody uwzględniania tego elementu w wartości odszkodowania, w większości krajów lista elementów zaliczanych do utraconych korzyści jest otwarta. Być może pomocną w rozpoczęciu prac zmierzających do rozwiązania problemu utraconych korzyści w polskim systemie prawnym mogłaby zostać myśl Worburton'a (1993) „(...) jeśli widzisz dobry pomysł kradnij bezwstydnie”.

## 6. Literatura

Filipak J. (2007). *Czynności rzeczoznawcy majątkowego przy określaniu wartości utraconych korzyści, cz. I. Nieruchomości.*

- Grzechnik, B. (2007). *Wybrane zagadnienia dotyczące prac przygotowawczych przy budowie dróg wszystkich kategorii, wymagające pilnej dyskusji i regulacji*. XIX Sesja N-T pod hasłem "Polskie drogi - od pomysłu do pozwolenia na budowę". Nowy Sącz.
- Główny Urząd Statystyczny. (2010).
- Marzec, Z. (2007). *Wartość nieruchomości pod drogę a "słuszne" konstytucyjne odszkodowanie*. XIX Sesja N-T pod hasłem "Polskie drogi - od pomysłu do pozwolenia na budowę". Nowy Sącz.
- Osypiuk, R. W. (2007). *Wycena szkód na nieruchomości i odszkodowań*.
- Pletnia, S., Gola, S. i Łata, K. (2007). *Problemy związane z realizacją programu budowy dróg i autostad na obszarze Województwa Małopolskiego*. XIX Sesja N-T pod hasłem "Polskie drogi - od pomysłu do pozwolenia na budowę". Nowy Sącz.
- Prawo asekuracyjne. (2002). 01.
- Szymczak, M. (1995). *Słownik Języka Polskiego*. Warszawa: PWN.
- Żróbek, S. i Żróbek, R. (2007). *An assessment and Proposal Changes of Real Estate Expropriation in Poland*. materiały seminarium nt. "Compulsory purchase and compensation in land acquisition and takings". Helsinki: www.fig.net.
- Żróbek, S. i Walacik, M. (2008, 12). *Analiza porównawcza wybranych zagadnień wywłaszczania nieruchomości w Polsce i zagranicą*. Przegląd Geodezyjny.

#### **Wykaz ustaw i innych regulacji**

- Ustawa o gospodarce nieruchomościami z dnia 21 sierpnia 1997 roku.  
Public Works Act (1981)  
Expropriation Compensation Act  
Wyrok Sądu Najwyższego (Boom Co. V. Patterson, 98 U.S. 403, 408 (1878))  
Decyzja angielskiej Izby Lordów w sprawie Wildtree Hotels v Harrow LBC (2001)  
2 AC

#### **Materiały niepublikowane**

- Odpowiedzi ankietowe "Questionnaire on compulsory purchase", uzyskane w trakcie prowadzenia badań, Żróbek S, Walacik M.  
Steinshold H., Knovel T., Szypszak Ch., 2010, odpowiedzi ankietowe „Case study - lost profits”, uzyskane w trakcie prowadzenia badań, Walacik M.

#### **Podziękowania**

Autor serdecznie dziękuje respondentom, którzy poświęcili swój czas i odpowiedzieli na pytania zawarte w ankiecie, w szczególności prof. Havardowi Steinsholtowi z Norwegian University of Life Science (Norwegia), prof. Charlswi Szypszakowi z University of North Carolina at Chapel Hill (U.S.A.) oraz Panu Trevorowi Knovlesowi z The Property Group Ltd (Nowa Zelandia).



# LOST PROFITS AND JUST COMPENSATION FOR PROPERTIES TAKEN OVER FOR PUBLIC PURPOSE INVESTMENTS IN POLAND AND OTHER COUNTRIES

**Marek Walacik**

*Department of Land Management and Regional Development  
University of Warmia and Mazury In Olsztyn  
e-mail: marek.walacik@uwm.edu.pl*

**Key words:** *expropriation, compensation, damage, lost profits*

## **Abstract**

The following paper presents results of comparative study of different legal systems' approach to the notion of lost profits in expropriation procedures. It shows the principles concerning lost profits compensation and methods of their estimation.

While dealing with the research answers given by 12 respondents from different countries located on three continents (Europe, Asia and Australia) were used. Moreover different international legal acts were analyzed. Suggestions and tips given by foreign compulsory purchase experts and academic staff, especially participants of the XVII Real Estate Scientific Society Conference accrued to be very helpful.





# PORÓWNANIE METOD INTERPOLACJI PRZESTRZENNEJ W ODNIESIENIU DO WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI\*

**Piotr Cichociński**

*Katedra Geomatyki*

*Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie*

*e-mail: Piotr.Cichocinski@agh.edu.pl*

**Słowa kluczowe:** *system informacji geograficznej, wartość nieruchomości, interpolacja przestrzenna, geostatystyka*

## **Streszczenie**

W referacie przedstawiono analizy wybranych metod interpolacji przestrzennej w zastosowaniu do wartości nieruchomości. W pierwszej części pracy scharakteryzowano następujące metody interpolacji: ważonych odwrotnych odległości (IDW), wielomianową, radialnych funkcji bazowych (RBF) i krigingu, a także przedstawiono ich warianty. Następnie użyto tych metod do wygenerowania modeli przestrzennego rozkładu wartości nieruchomości, posługując się rozszerzeniem Geostatistical Analyst programu ArcGIS firmy ESRI. Jako źródło danych wykorzystano jeden z portali internetowych, prezentujących oferty sprzedaży nieruchomości. Do oceny jakości uzyskanych wyników posłużono się metodą oceny krzyżowej, która dla każdego z utworzonych modeli pozwoliła wyznaczyć parametry statystyczne, takie jak błąd średni i błąd średni kwadratowy (MSE). Ich porównanie pozwoliło stwierdzić podobną, niezbyt wysoką, dokładność predykcji dla większości z przebadanych metod.

## **1. Wstęp**

Zapoznanie się z rozkładem wartości nieruchomości jest czynnością poprzedzającą każde działanie związane z rynkiem nieruchomości (takie jak na przykład zakup czy wycena). Jak na razie brakuje jednak odpowiedniego źródła kompletnej informacji, posiadającego dodatkowo możliwość prezentacji w postaci map. Dlatego każdy zainteresowany zmuszony jest korzystać z dostępnych szacunkowych danych i próbować dokonać oszacowania wartości nieruchomości na obszarach, gdzie dokładna wartość nie jest znana. Odpowiednich narzędzi do tego celu dostarcza między innymi oprogramowanie systemów informacji geograficznej (SIG).

---

\* Praca naukowa zrealizowana w ramach badań statutowych prowadzonych w Katedrze Geomatyki Wydziału Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska AGH w Krakowie.

Podstawową funkcjonalnością, wymaganą w wielu zastosowaniach systemów informacji geograficznej, jest generowanie ciągłej powierzchni używanej do przedstawiania jakiejś miary. Najczęściej wykorzystywanym typem powierzchni jest numeryczny model terenu (NMT). Jednakże do wygenerowania powierzchni może być użyty dowolny pomiar (nie tylko wysokości) dokonany w terenie. Głównym wyzwaniem stojącym przed wykonawcami takiego zadania jest uzyskanie jak najdokładniejszej powierzchni z istniejących próbek, jak również scharakteryzowanie błędu i zmienności prognozowanej powierzchni. Zrozumienie jakości uzyskanych w ten sposób danych może znacznie zwiększyć użyteczność i zakres zastosowań modeli.

Obiekty geograficzne położone bliżej siebie, są z reguły (co potwierdza wiele obserwacji) bardziej podobne od tych położonych dalej. Między innymi można to powiedzieć o wartościach nieruchomości, które tylko częściowo zależą od ich opisowych cech, a mają również związek z szeroko pojętą lokalizacją uwzględniającą sąsiedztwo innych obiektów, ukształtowanie terenu, uzbrojenie i dostępność komunikacyjną (CICHOCIŃSKI 2005).

Wcześniejsze publikacje autora (CICHOCIŃSKI 2007) pokazały możliwość zastosowania metod interpolacji do prezentacji rozkładu wartości nieruchomości. W szczególności analizie poddano metodę krigingu (CICHOCIŃSKI 2009). W poniższym opracowaniu dokonano próby porównania innych dostępnych metod interpolacji przestrzennej.

Dokonując przeglądu literatury w tym zakresie, autor dotarł do kilku prac poświęconych zagadnieniom porównania metod interpolacyjnych. W szczególności w pracach (KARYDAS I IN. 2009) oraz (GRUSZCZYŃSKI, URBAŃSKI 2005) dokonano porównania metod interpolacji w odniesieniu do właściwości gleb i stwierdzono, że żadna z przebadanych metod nie jest znacząco bardziej dokładna od pozostałych. W publikacji (MUCHA, WASILEWSKA 2005) oceniono dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach kopalni węgla kamiennego przy zastosowaniu pięciu wybranych metod interpolacji. Stwierdzono generalnie bardzo niską jakość interpolacji, wyrażającą się występowaniem błędów systematycznych prognozy wartości analizowanych parametrów, dużych błędów absolutnych i słabą korelację między wartościami prognozowanymi i stwierdzonymi parametrów. Głównym celem pracy (KOWALCZYK 2009) było wyjaśnienie wpływu metody interpolacji na przedstawienie ruchów pionowych skorupy ziemskiej. Porównano dziewięć metod interpolacji oraz zweryfikowano ich przydatność do obliczenia wartości ruchu pionowego skorupy ziemskiej w dowolnym punkcie. Najlepsza okazała się metoda naturalnego sąsiedztwa. W artykule (CARUSO, QUARTA 1998) opisano badania czterech metody interpolacji na obszernym zbiorze różnorodnych danych środowiskowych. W konkluzji stwierdzono, że nie ma jednej uniwersalnej metody interpolacji i za każdym razem trzeba poszukiwać metody najlepiej spełniającej wymagania wynikające z poszczególnych zastosowań. Natomiast zagadnieniu interpolacji przestrzennego rozkładu wartości nie poświęcono jak do tej pory szerszego opracowania.

## 2. Przegląd metod interpolacji

W przypadku modelowania (interpolowania) powierzchni dla określenia wartości w nieznanym punkcie, można wykorzystać wartości punktów położonych w pobliżu. Wraz ze zwiększaniem się odległości wpływ punktów danych maleje, a dodatkowo ich wartość może znacznie odbiegać od tych położonych bliżej. Trzeba zatem określić, ile i z jakiej maksymalnej odległości punktów użyć i jaki powinien być ich wpływ na oczekiwany wynik.

Istnieją dwie główne grupy metod interpolacji: deterministyczne i geostatystyczne (JOHNSTON I IN. 2003). Deterministyczne techniki interpolacji pozwalają na tworzenie modelu jako jednoznacznie określonej powierzchni matematycznej. Można je podzielić na dwie grupy: globalne i lokalne. Techniki globalne wyznaczają prognozy na podstawie całego zestawu danych, stosując jedną (pojedynczą) funkcję matematyczną do danych ze wszystkich punktów pomiarowych. Lokalne techniki wyznaczania prognoz korzystają z punktów pomiarowych położonych w najbliższym sąsiedztwie, będącym fragmentem większego obszaru badań. Pojedyncza funkcja matematyczna stosowana jest wielokrotnie do lokalnych podzbiorów danych pomiarowych, a wynikowa powierzchnia jest składana z mniejszych części, dając tym samym bardziej szczegółowy obraz zmienności przestrzennej badanego zjawiska.

Deterministyczne metody interpolacji mogą wymuszać na wynikowej powierzchni żeby przechodziła przez punkty danych (wartość wyznaczona równa jest wartości pomierzonej w danym punkcie) – są wtedy nazywane interpolatorami dokładnymi (lub wiernymi). Interpolatory niedokładne natomiast dopuszczają możliwość wystąpienia różnic między wartościami wyznaczonymi i pomierzonymi. Ta druga grupa metod może być używana dla uniknięcia gwałtownych zmian wartości na wynikowej powierzchni.

### 2.1. Metody deterministyczne

Najprostszą metodą deterministyczna jest metoda **ważonych odwrotnych odległości** (ang. *Inverse Distance Weighting* – IDW) (KARYDAS I IN. 2009). Podstawą jej działania jest bezpośrednio stwierdzenie, że obiekty geograficzne położone bliżej siebie, bardziej podobne od tych położonych dalej. Wartość w danej lokalizacji wyznaczana jest na podstawie położonych w pobliżu punktów o znanych wartościach, które są wagowane współczynnikiem proporcjonalnym do odwrotności ich odległości, co zapisane jest w anglojęzycznej nazwie metody. Zatem metoda IDW zakłada, że każdy punkt o znanej wartości ma lokalny wpływ, malejący wraz z odległością. Waga wartości maleje wraz ze wzrostem odległości od miejsca szacowania – punkt najbliższy ma wagę najwyższą, a najbardziej odległy najniższą. Suma wag powinna być równa 1.

Wagi są proporcjonalne do odwrotności odległości podniesionej do potęgi  $p$ . Parametr  $p$  (wykładnik potęgi) decyduje jak szybko, wraz ze wzrostem odległości, maleje wykładniczo wpływ wartości znanej w punkcie wyznaczanym. Dla  $p=0$  nie

ma zmniejszania się wagi wraz z odległością i ponieważ wagi będą takie same, wynik predykcji będzie średnią pomierzonych wartości. Dla bardzo dużych wartości  $p$  wpływ na wynik predykcji będą miały tylko najbliższe położone punkty. Szczególny przypadek  $p=2$  znany jest pod nazwą *Inverse Distance Squared Weighted Interpolation* (IDS). IDW jest interpolatorem dokładnym, a ponadto minimalne i maksymalne wartości wyinterpolowanej powierzchni mogą wystąpić jedynie w danych punktach o znanych wartościach.

**Inerpolacja globalnymi wielomianami** wpasowuje wygładzoną powierzchnię zdefiniowaną przez funkcje matematyczną (wielomian) jednocześnie we wszystkie wejściowe punkty o znanych wartościach jednocześnie. Powierzchnia ta zmienia się łagodnie i odzwierciedla małoskalowe struktury występujące w danych.

**Inerpolacja lokalnymi wielomianami** wpasowuje wiele wielomianów określonego stopnia kolejno w nakładających się sąsiedztwach poszczególnych punktów, w których wyznaczana jest wartość. Wykorzystywane są wszystkie punkty w określonym promieniu, a wynikiem interpolacji jest wartość wielomianu w punkcie centralnym sąsiedztwa. Zatem metoda ta tworzy powierzchnię biorącą pod uwagę lokalną zmienność. Wielomiany globalne i lokalne są interpolatorami niedokładnymi.

Metody wykorzystujące **radialne funkcje bazowe** (ang. *Radial Basis Function* – RBF) (DE SMITH I IN. 2007) są szeregiem dokładnych technik interpolacyjnych, co oznacza, że powierzchnia musi przechodzić przez każdy punkt o znanej wartości. Między innymi można wymienić pięć następujących funkcji bazowych: splajn cienkiej płytki (*thin plate spline*), splajn z naprężeniem (*spline with tension*), splajn całkowicie regularny (*completely regularized spline*), wielokwadratową (*multiquadric*) i odwrotną wielokwadratową (*inverse multiquadric*). Każda z tych funkcji ma inny kształt i daje w wyniku inną wyinterpolowaną powierzchnię. Metody RBF są rodzajem sztucznych sieci neuronowych. Inaczej niż to jest w przypadku innego dokładnego interpolatora IDW, metoda RBF może wyznaczać wartości powyżej maksymalnej i poniżej minimalnej wartości danej.

Wybrane funkcje bazowe są konstruowane nad każdym punktem danych. W dowolnym innym punkcie wartość jest interpolowana poprzez wyznaczenie średniej ważonej z wartości funkcji utworzonych nad sąsiednimi punktami danych i obejmujących swoim zakresem wyznaczany punkt. Wagi dobierane w ten sposób, że wartość wyznaczona w punkcie o znanej wartości jest identyczna z daną. Powstaje w ten sposób  $N$  równań z  $N$  niewiadomymi, które mogą być rozwiązane w sposób jednoznaczny. Każda z funkcji bazowych ma parametr kontrolujący stopień wygładzenia wynikowej powierzchni.

## 2.2. Metody geostatystyczne

Drugą grupą metod interpolacyjnych są metody geostatystyczne oparte na modelach statystycznych wykorzystujących autokorelację przestrzenną (statystyczny związek pomiędzy punktami o znanych wartościach). Szacowanie

wartości w miejscach, w których brak jest danych pomiarowych, może być prowadzone za pomocą metody estymacji zwanej **krigingiem**.

Podstawą do konstrukcji modelu prognozy jest zmienna zregionalizowana – wartości nieruchomości zlokalizowanych w określonych punktach, które są losowo rozmieszczone na badanym obszarze. Cechami zmiennej zregionalizowanej są losowość i struktura. Składnik losowy uwzględnia nieprawidłowości lokalne, natomiast składnik strukturalny odzwierciedla wieloskalowe tendencje zjawiska (trendy) (USOWICZ, USOWICZ 2004). W konsekwencji relacje obrazowane przez model odzwierciedlają zarówno globalny rozkład wartości nieruchomości, jak również ich lokalne zróżnicowanie.

W analizie uwzględnienia się efekt samorodka (*nugget*), będący oznaką dużej zmienności wartości nieruchomości w punktach położonych blisko siebie (skupionych). Skutkuje to tym, że algorytm interpolacji w metodzie krigingu w mniejszym stopniu respektuje poszczególne dane, bardziej nawiązując do powierzchni trendu. To sprawia, że wyinterpolowana powierzchnia jest jedną z wielu, którą można wygenerować na podstawie zgromadzonych danych.

Kriging jest podobny do IDW pod tym względem, że wagi wartości przyporządkowane pobliskim lokalizacjom, dla uzyskania prognozy w danym punkcie. Jednakże wagi (nazywane współczynnikami krigingu) bazują nie tylko na odległości pomiędzy punktami, lecz także na ich przestrzennym uporządkowaniu. Wyznaczane są na podstawie układu równań wynikającego z warunku minimalizacji wariancji błędu. Błąd ten (nazywany wariancją krigingu) jest określony w punktach pomiarowych, jako różnica pomiędzy wartością estymowaną, a wynikiem pomiaru.

Tworzenie modelu prognozy metodą krigingu odbywa się w trzech etapach. W pierwszym dokonuje się wstępnego badania posiadanych danych i oceny podstawowych statystyk. Z analizy należy wykluczyć punkty odstające.

W etapie drugim przeprowadza się badanie przestrzennej struktury danych z wykorzystaniem funkcji wariogramu. Polega ono na obliczeniu i analizie wariogramu empirycznego obrazującego przestrzenną korelację danych. Wariogram należy interpretować jako funkcję pokazującą zróżnicowanie wartości w dwóch punktach w odniesieniu do ich odległości i azymutu prostej przechodzącej przez te punkty (ISAACS, SRIVASTAVA 1989). Wraz ze wzrostem odległości wartości funkcji wariogramu rosną, co wynika z malejącego podobieństwa wartości zmiennej losowej. Powyżej pewnej odległości zwanej zakresem (*range*), obserwacje zdają się być niezależne – wariancja nie wzrasta i osiąga wartość zwaną progiem (*sill*). Ponieważ wariogram jest funkcją obliczaną dla określonego kierunku, może wskazywać na istnienie anizotropii w przestrzennym zróżnicowaniu danych. Jeśli wariogramy obliczane w tym samym punkcie dla dwóch różnych kierunków będą się różnić co do charakteru funkcji aproksymującej, zasięgu lub progów to można wnioskować o kierunkowym zróżnicowaniu analizowanych danych. Warto podkreślić, że wariogram przedstawia wyłącznie różnicę między parami punktów w funkcji ich oddalania,

nie uwzględniając faktycznego położenia i wartości punktów (MAGNUSZEWSKI 1999).

W celu uproszczenia późniejszego wykorzystania, wariogram eksperymentalny zastępowany jest modelem wariogramu. Dokonuje się wyboru jednego z wielu teoretycznych modeli wariogramu, który najlepiej pokazuje średnią zmienność przestrzenną (NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA 2006). Modele teoretyczne dopasowywane są technikami regresji krzywoliniowej. Dostępne są różne modele wariogramu (WEBSTER, OLIVER 2007), między innymi: sferyczny, wykładniczy i gaussowski (charakteryzujący się odwrotną krzywizną w pobliżu punktu początkowego).

Jednym ze sposobów wyboru optymalnego modelu, jest użycie go do krigingu i sprawdzenie uzyskanych wyników. Najlepszym rozwiązaniem byłoby posiadanie oddzielnego zbioru danych kontrolnych, którego wartości można byłoby porównać z wyestymowanymi. Jednak byłaby to strata cennych informacji, dlatego w praktyce stosuje się tak zwaną ocenę krzyżową (*cross-validation*). Dokonuje się tego, porównując wartość każdego punktu ze zbioru danych wejściowych z wartością uzyskaną z modelu wyliczonego na podstawie pozostałych punktów. Na tej podstawie wylicza się trzy parametry statystyczne: błąd średni (*mean error*), błąd średni kwadratowy (*mean squared error* – MSE) i błąd średni kwadratowy standaryzowany (*mean squared standardized error* – MSDR), obliczany na podstawie błędów średnich kwadratowych i wariancji krigingu. W idealnym przypadku błąd średni powinien wynosić 0, MSE powinien być równy wariancji, a MSDR powinien wynosić 1.

Po dopasowaniu modelu wariogramu w ostatnim, trzecim etapie wykorzystuje się funkcję krigingową do estymacji wartości nieruchomości w węzłach regularnej siatki. Najczęściej wykorzystuje się kriging zwykły (*ordinary kriging*). W wyniku jego zastosowania otrzymuje się mapę oszacowanych wartości dla danego obszaru (rys. 1).

### 3. Wykorzystane oprogramowanie i dane

Wszelkie działania obliczeniowe opisane w tej pracy wykonano posługując się modulem Spatial Analyst systemu ArcGIS firmy Environmental Systems Research Institute (ESRI).

Jako źródło danych o wartościach nieruchomości wykorzystano jeden z internetowych portali prezentujących oferty sprzedaży nieruchomości. Zebrano w postaci tabelarycznej informacje o lokalizacji i cechach charakterystycznych oferowanych do sprzedaży budynkach mieszkalnych jednorodzinnych z terenu pięciu powiatów województwa podkarpackiego: rzeszowskiego, łańcuckiego, przeworskiego, jarosławskiego i leżajskiego, z wyłączeniem miasta Rzeszowa.

Lokalizacja oferowanej nieruchomości podawana jest w postaci adresu, a nie współrzędnych. Dlatego procesem, który musiał poprzedzić przeprowadzenie analizy przestrzennej było geokodowanie. Jako dane źródłowe do geokodowania wykorzystano, pozyskany ze stron internetowych [geoportal.gov.pl](http://geoportal.gov.pl), fragment

Państwowego Rejestru Nazw Geograficznych (PRNG). W przypadku kilku miejscowości z dużym nagromadzeniem ofert, które reprezentowane byłyby przez jedną lokalizację, co znacząco ograniczałoby zbiór danych, dokonano losowego rozrzucenia nieruchomości na odległość od 500 do 1000 metrów.

#### 4. Przebieg analizy geostatystycznej

Postępując zgodnie z zamieszczonym powyżej opisem, rozpoczęto od zapoznania się z podstawowymi statystykami. Posłużono się dwoma narzędziami: histogramem i wykresem normalnym kwantyl-kwantyl (*Normal QQPlot*).

Histogram wykazał przesunięcie ku lewej stronie, scharakteryzowane skośnością o wartości 2,70. Przy takiej dużej skośności autorzy pracy (WEBSTER, OLIVER 2007) sugerują zastosowanie do danych transformacji logarytmicznej, której pozytywny wpływ można było zobaczyć na wykresie kwantyl-kwantyl. Ponadto na podstawie histogramu zidentyfikowano i usunięto dwa punkty odstające (wyróżnione na wykresie). Po tej operacji zbiór danych liczył 328 punktów.

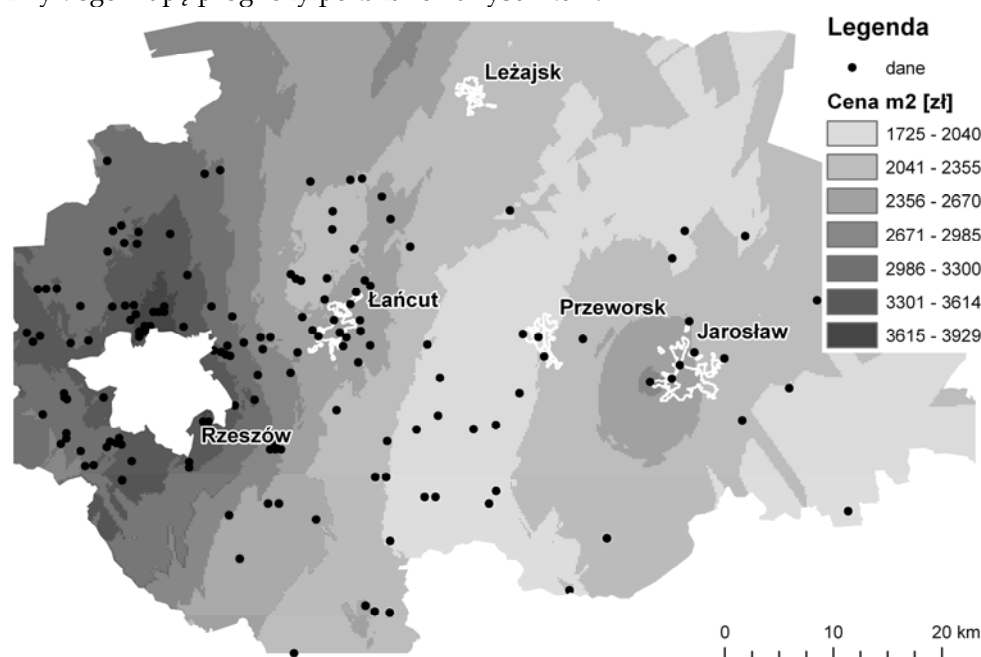
W następnej kolejności można było przejść do analizy wariogramu. Zastosowano regułę mówiącą, że iloczyn rozmiaru przedziału i liczby przedziałów nie powinien przekraczać połowy maksymalnej odległości między punktami (JOHNSTON I IN. 2003), ustalając tę pierwszą wartość na poziomie 4000 metrów. Wybrano sferyczny model wariogramu teoretycznego. Kierunkowe zróżnicowanie powierzchni wariogramu wskazało na istnienie anizotropii, którą uwzględniono w modelu. Skuteczność tak określonego wariogramu poddano ocenie krzyżowej. Uzyskano błąd średni kwadratowy  $MSE=1185$  i błąd średni kwadratowy standaryzowany  $MSDR=0,967$ . Z nadzieją na poprawę uzyskanego wyniku przebadano jeszcze inne modele wariogramów teoretycznych oraz inne rozmiary przedziałów. Nie spowodowało to jednak znaczących zmian w wartościach wyliczonych błędów.

Przeglądając listę odchylek cen nieruchomości wyznaczonych z modelu od cen rzeczywistych, zauważono 8 dodatkowych obiektów o wartościach odstających. Postanowiono je usunąć i powtórzyć analizę. Ponieważ po tych modyfikacjach zbioru danych skośność zmniejszyła się do 0,36, zrezygnowano z transformacji logarytmicznej. Przy zastosowaniu identycznego, jak opisany powyżej, modelu wariogramu teoretycznego, uzyskano poprawę wyników oceny krzyżowej o ponad 13% ( $MSE=878,8$ ,  $MSDR=0,9956$ ).

Nie w pełni satysfakcjonujące wyniki skłoniły autora do poszukiwań innego źródła błędów. Na plan pierwszy w tych poszukiwaniach wysunęło się stwierdzenie, już w tej pracy cytowane, że cena nieruchomości nie zależy wyłącznie od położenia, lecz również od jej cech nieprzestrzennych. Poszczególne budynki różnią się między innymi powierzchnią, ilością kondygnacji, dostępnością media, stanem technicznym, wykończeniem i wyposażeniem. Podczas zbierania danych o budynkach, oprócz cech wymiernych przyporządkowywano im wartość jeszcze jednego atrybutu o nazwie STANDARD. Przypisana wartość była



przynajmniej częściowo subiektywną oceną ponadstandardowego wykończenia i wyposażenia, tudzież kosztów, które należałoby ponieść celem doprowadzenia nieruchomości substandardowej do pewnego średniego poziomu. Tym samym podzielono wszystkie budynki na obszarze opracowania na trzy klasy: gorsze, średnie i lepsze. Do dalszych działań postanowiono wybrać nieruchomości reprezentujące poziom średni, jako najczęściej spotykane. Opierając się na wykresie kwantyl-kwantyl, usunięto jeszcze jedną odstającą wartość. Ostatecznie zbiór danych liczył 151 punktów. Stosując taki sam jak wcześniej model wariogramu teoretycznego, uzyskano poprawę wyników oceny krzyżowej o kolejne 9% (MSE=807,2, MSDR=1,009). Wyestymowaną metodą kręgingu zwykłego mapę prognozy pokazano na rysunku 1.



**Rys. 1.** Uzyskana metodą kręgingu zwykłego mapa prognozy jednostkowych cen wybranych, najczęściej występujących budynków mieszkalnych o średnim standardzie wykończenia i wyposażenia. *Źródło:* opracowanie własne.

## 5. Interpolacja metodami deterministycznymi i wnioski

Analizę w tym przypadku ograniczono do zbioru liczącego 151 punktów, reprezentującego lokalizacje i ceny nieruchomości o średnim poziomie cechy STANDARD. Przeprowadzono interpolację kolejno wszystkimi dostępnymi w oprogramowaniu ArcGIS metodami interpolacji, w kilku przypadkach wariantowo dobierając wartości kluczowych parametrów sterujących przebiegiem procesu. Uzyskane metodą oceny krzyżowej oceny dokładności interpolacji,

uszeregowane według narastającej wartości błędu MSE, zostały zestawione w tabeli 1.

**Tabela 1**

Wynik oceny krzyżowej poszczególnych deterministycznych metod interpolacji

Metoda	Błąd średni	MSE
RBF - funkcja odwrotna wielokwadratowa Parametr: 148,31 Wygładzanie: 1	52,01	803,3
RBF - funkcja odwrotna wielokwadratowa Parametr: 160,27 Wygładzanie: 0,5	46,45	804,1
RBF - funkcja odwrotna wielokwadratowa Parametr: 173,63 Wygładzanie: 0	44,73	806,2
RBF - funkcja odwrotna wielokwadratowa Parametr: 113,73	46,28	816,6
IDW Potęga: 1	51,81	820,3
RBF - splajn z naprężeniem Parametr: 0,04531	30,48	823,5
RBF - splajn całkowicie regularny Parametr: 0,031457	31,08	827,4
Wielomian globalny Potęga: 2	1,693	841
Wielomian globalny Potęga: 1	-0,2616	852,7
IDW Potęga: 2	61,57	860,1
Wielomian lokalny Potęga: 1	-19,96	864,2
Wielomian globalny Potęga: 3	16,7	869,9
Wielomian globalny Potęga: 4	-3,41	885,3
RBF - funkcja wielokwadratowa Parametr: 0	37,27	913,2
RBF - splajn cienkiej płytki Parametr: 1e20	46,06	1127

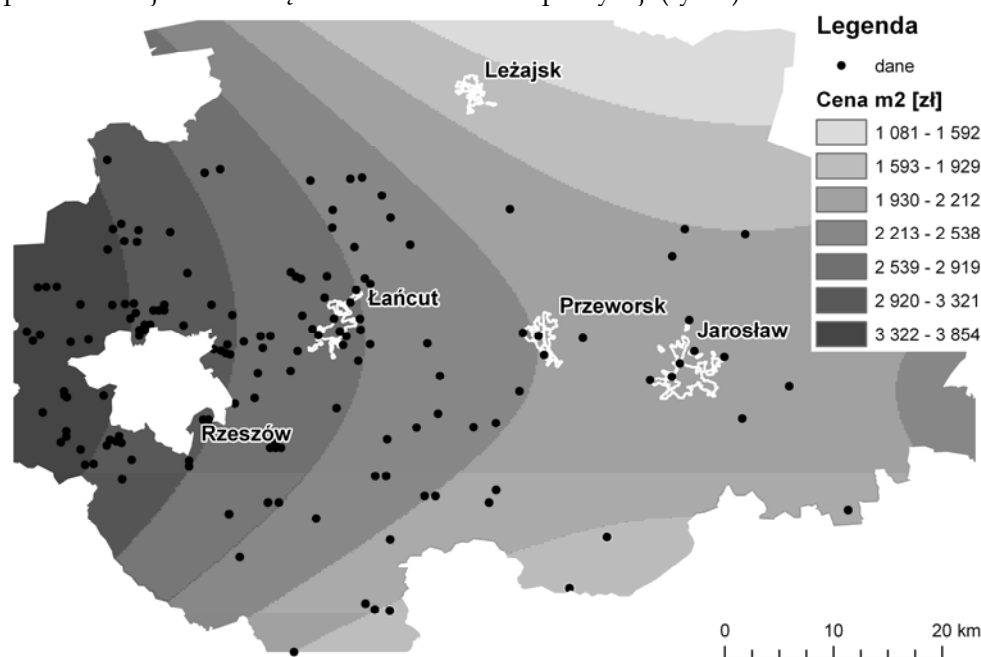
Źródło: opracowanie własne.

Dla metody IDW zasadniczym parametrem jest wykładnik potęgi  $p$ . Domyślną wartością w programie ArcGIS jest  $p=2$ . Optymalna wartość wykładnika potęgi jest wyznaczana poprzez minimalizację błędu MSE – parametru statystycznego podsumowującego wartości błędów predykcji. Odbywa się to w procesie oceny krzyżowej. Oprogramowanie testuje wiele różnych wartości wykładnika potęgi w celu znalezienia wartości, która da w wyniku najmniejszy błąd MSE. W tym przypadku optymalną wartością okazało się  $p=1$ .

Zadziwiająco dobre wyniki, zwłaszcza w zakresie błędu średniego dała metoda wielomianu globalnego aż do potęgi  $p=4$  włącznie (rys. 2).

W metodzie wielomianu lokalnego podnoszenie potęgi powyżej  $p=1$  powodowało znaczące zwiększanie się błędu MSE.

W grupie metod radialnych funkcji bazowych najlepsze wyniki dały niektóre warianty metody RBF, a mianowicie funkcja odwrotna wielokwadratowa oraz splajn z naprężeniem i splajn całkowicie regularny. Za każdym razem wartość parametru kontrolującego stopień wygładzenia wynikowej powierzchni była automatycznie optymalizowana, w sposób podobny jak dla metody IDW. W przypadku funkcji odwrotnej wielokwadratowej można było wprowadzić dodatkowy czynnik wygładzania, który w tym przypadku niezależnie od wartości powodował jeszcze zwiększenie dokładności predykcji (rys. 3)



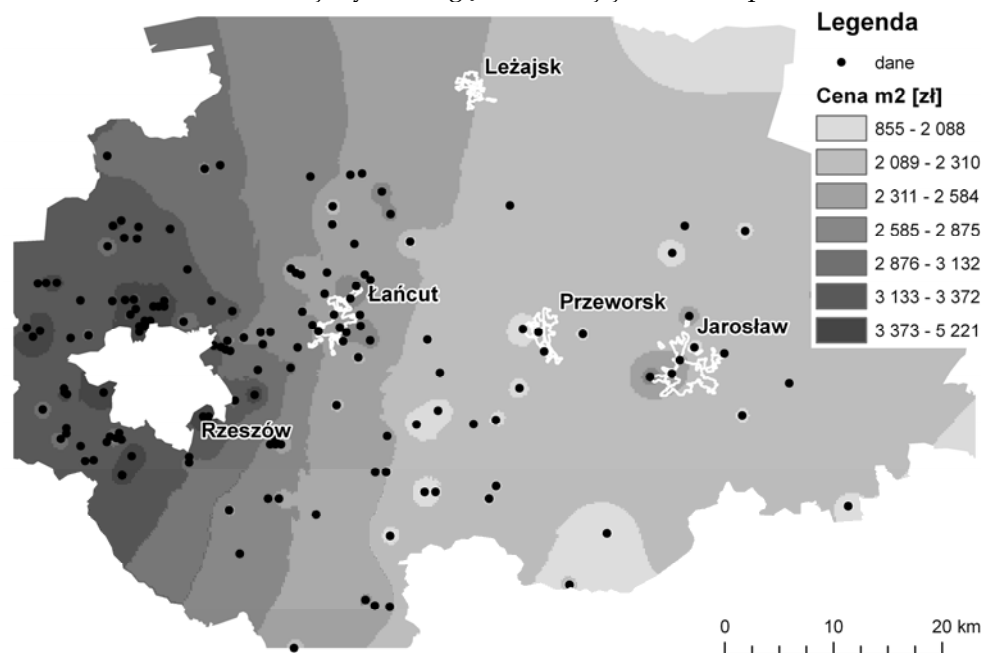
**Rys. 2.** Uzyskana poprzez interpolację metodą globalnego wielomianu drugiego stopnia mapa prognozy jednostkowych cen wybranych, najczęściej występujących budynków mieszkalnych o średnim standardzie wykończenia i wyposażenia.

*Źródło:* opracowanie własne.

Podsumowując trzeba stwierdzić, że większość metod deterministycznych charakteryzowała się relatywnie wysoką wartością błędu średniego. Dlatego najlepsze wyniki dało zastosowanie metody geostatystycznej – krigingu, zapewne z tego powodu, że uwzględnia zarówno nieprawidłowości lokalne występujące w danych, jak również globalne trendy.

O tym jednak, czy uzyskana dokładność jest wystarczająca do ich celów, powinni zdecydować sami potencjalni użytkownicy tych metod. Tym bardziej, że mimo podobnej dokładności, poszczególne metody generują znacząco różniące się mapy prognoz. Dlatego wydaje się niezbędne, by osoba dokonująca modelowania

krytycznie podchodziła do uzyskanych wyników. Należy również pamiętać, że modele przestrzenne nie zastąpią całkowitej analizy zjawiska, jakim jest rozkład wartości nieruchomości, a jedynie mogą stanowić jej cenne uzupełnienie.



**Rys. 3.** Uzyskana poprzez interpolację metodą radialnych funkcji bazowych (RBF) (wariant: funkcja odwrotna wielokwadratowa z dodatkowym wygładzaniem) mapa prognozy jednostkowych cen wybranych, najczęściej występujących budynków mieszkalnych o średnim standardzie wykończenia i wyposażenia.

Źródło: opracowanie własne.

## 6. Literatura

- CARUSO C., QUARTA F. 1998. *Interpolation Methods Comparison*. Computers Math. Applic. Vol. 35, No. 12, pp. 109-126.
- CICHOCIŃSKI P. 2005. *Pozyskiwanie danych dla wyceny nieruchomości z wykorzystaniem systemów informacji geograficznej*. Roczniki Geomatyki. Tom III, zeszyt 1.
- CICHOCIŃSKI P. 2007. *Zastosowanie metod kartograficznych i geostatystycznych do wstępnej analizy rynku nieruchomości*. Studia i materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości. Volume 15, number 3-4, s. 155-166.
- CICHOCIŃSKI P. 2009. *Próba zastosowania metod geostatystycznych do taksacji nieruchomości*. Roczniki Geomatyki. Tom VII, zeszyt 4.
- GRUSZCZYŃSKI S., URBAŃSKI K. 2005. *Zastosowanie algorytmów interpolacji i sztucznych sieci neuronowych do wyznaczania charakterystyki zawartości chromu w glebach*. Inżynieria Środowiska. Tom 10, Zeszyt 1, s. 15-44.

- ISAAKS E.H., SRIVASTAVA R.M. 1989. *Applied Geostatistics*. Oxford University Press.
- JOHNSTON K., VER HOEF J.M., KRIVORUCHKO K., LUCAS N. 2003. *Using ArcGIS Geostatistical Analyst*. Environmental Systems Research Institute.
- KARYDAS CH.G., GITAS I.Z., KOUTSOGIANNAKI E., LYDAKIS-SIMANTIRIS N., SILLEOS G.N. 2009. *Evaluation of spatial interpolation techniques for mapping agricultural topsoil properties in Crete*. European Association of Remote Sensing Laboratories (EARSeL) eProceedings. Vol. 8, no. 1, pp. 26-39.
- KOWALCZYK K. 2009. *Wynik zależy od metody*. Geodeta. Nr 8 (171), s. 54-58.
- MAGNUSZEWSKI A. 1999. *GIS w geografii fizycznej*. PWN.
- MUCHA J., WASILEWSKA M. 2005. *Dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach węgla kamiennego GZW. Gospodarka Surowcami Mineralnymi*. Tom 21 20, Zeszyt 1, s. 5-21.
- NAMYŚŁOWSKA-WILCZYŃSKA B. 2006. *Geostatystyka. Teoria i zastosowania*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- DE SMITH M.J., GOODCHILD M.F., LONGLEY P.A. 2007. *Geospatial Analysis: A Comprehensive Guide to Principles, Techniques and Software Tools (2nd ed.)*. Troubador Publishing.
- USOWICZ B., USOWICZ Ł. 2004. *Punktowe pomiary wilgotności gleby a jej przestrzenny rozkład na polach uprawnych*. Acta Agrophysica. Vol. 4, No. 2, s. 573-588.
- WEBSTER R., OLIVER M.A. 2007. *Geostatistics for Environmental Scientists (2nd ed.)*. Wiley.

# COMPARISON OF SPATIAL INTERPOLATION METHODS FOR REAL ESTATE VALUES

**Piotr Cichociński**

*Department of Geomatics*

*AGH University of Science and Technology in Cracow*

*e-mail: Piotr.Cichocinski@agh.edu.pl*

**Key words:** *geographic information system, real estate value, spatial interpolation, geostatistics*

## **Abstract**

The paper presents the analysis of selected spatial interpolation methods applied to real estate values. In the first part of the study the following interpolation methods were characterized: inverse distance weighted (IDW), polynomial, radial basis function (RBF) and kriging. Their variants were also presented. Then these methods were used to generate models of the spatial distribution of real estate values, using the ESRI ArcGIS Geostatistical Analyst extension. As the source of data one of the web portals was used, presenting real estate offers. To assess the quality of the obtained results cross-validation method was used, which helped to determine the statistical parameters such as mean error and mean-squared error (MSE), for all the models. The comparison of these parameters revealed the similar, not too high accuracy of prediction for the most of the tested methods.



# WZROST WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI NA SKUTEK PODZIAŁÓW NIERUCHOMOŚCI LUB BUDOWY URZĄDZEŃ INFRASTRUKTURY TECHNICZNEJ NA PRZYKŁADZIE GMINY KWIDZYN

**Kamila Juchniewicz**

*Katedra Geoinformatyki*

*Politechnika Koszalińska*

e-mail: [juchniewicz@wbiis.tu.koszalin.pl](mailto:juchniewicz@wbiis.tu.koszalin.pl)

**Słowa kluczowe:** *Podział nieruchomości, budowa urządzeń infrastruktury technicznej, wzrost wartości nieruchomości*

## **Streszczenie**

Podziały nieruchomości oraz inwestycje prowadzone przez gminy w ramach, których dochodzi min. do budowy nowych urządzeń infrastruktury technicznej mogą znacząco wpływać na wzrost wartości nieruchomości.

W artykule poddano analizie wzrosty wartości nieruchomości spowodowane podziałami nieruchomości oraz budową urządzeń infrastruktury technicznej w gminie Kwidzyn w latach 2006-2008. Z obszaru badań wyłączono nieruchomości, które w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego były położone na obszarach przeznaczonych na cele rolne lub leśne, a w przypadku braku planu miejscowego były wykorzystywane na cele rolne lub leśne, a także podziały przeprowadzane na nieruchomościach zabudowanych.

Badania dokonano w oparciu o dane uzyskane z urzędu gminy Kwidzyn. W analizie wzięto pod uwagę różne czynniki mogące wpływać na zróżnicowanie wzrostów wartości nieruchomości spowodowanych podziałami nieruchomości lub budową urządzeń infrastruktury technicznej.

## **1. Wstęp**

Wartość nieruchomości może ulegać zwiększeniu w zależności od wielu czynników i czynności związanych bezpośrednio lub pośrednio z nieruchomością. Są to min. różnego rodzaju inwestycje zarówno gminne jak i prywatne, uchwalanie nowych planów miejscowych, podziały nieruchomości czy scalenia i podziały nieruchomości itp.

Podziały nieruchomości i budowa urządzeń infrastruktury technicznej mogą powodować znaczące wzrosty wartości nieruchomości. Ich wielkość może być różna i zależeć od wielu czynników.

Podziały nieruchomości oraz budowa urządzeń infrastruktury technicznej mogą zmieniać cechy (atrybuty) nieruchomości. Atrybuty rynkowe nieruchomości to cechy nieruchomości wpływające w decydującym stopniu na ceny i co za tym



idzie na wartość rynkową nieruchomości. Cechy rynkowe nieruchomości powodują zróżnicowanie cen i wartości w granicach określonego rynku (SZACOWANIE NIERUCHOMOŚCI 2006). Zastanawiając się nad wpływem podziałów nieruchomości oraz budowy urządzeń infrastruktury technicznej na wzrosty wartości nieruchomości należy zastanowić się nad tym, jakie czynniki wpływają na duże zróżnicowanie wielkości tych wzrostów. Nie da się jednoznacznie wyznaczyć reguł rządzących tym zjawiskiem, ponieważ dla różnych obszarów, na których przeprowadzane są badania, zespół czynników może być różny, jednak można zauważyć pewne prawidłowości występujące w całym tym systemie.

## 2. Definicja wartości nieruchomości

Określenie wartości nieruchomości polega na określaniu wartości prawa własności lub innych praw do nieruchomości (ROZPORZĄDZENIE 2004b § 3.1). Z tego zapisu wynika, że wartość nieruchomości może być różnie rozumiana w zależności od sposobu i możliwości jej określenia. Najczęściej stosowana definicja wartości nieruchomości mówi nam o wartości rynkowej, czyli najbardziej prawdopodobnej cenie możliwej do uzyskania na rynku w dniu wyceny przy założeniu, że upłynął czas niezbędny do wynegocjowania warunków umowy i wyeksponowania nieruchomości na rynku, a strony umowy są od siebie niezależne i mają stanowczy, nieprzymuszony zamiar zawarcia umowy (KSWP 1). Poprzez wartość, o której będzie mowa w części badawczej opracowania, należy rozumieć wartość rynkową nieruchomości.

Definicja wartości rynkowej nieruchomości stanowi cały czas przedmiot wielu dyskusji, dlatego nie powinno się jej traktować, jako jedynej i niezmiennej.

Wartość nieruchomości określają rzeczoznawcy majątkowi w procesie wyceny nieruchomości. Potoczna definicja wartości głosi, iż wartość nieruchomości to cena jaką jest w stanie zapłacić za nią potencjalny nabywca.

Istnieje wiele czynników mogących znacząco wpływać na wartość nieruchomości. Przy określaniu wartości nieruchomości gruntowych, takimi nieruchomościami będziemy zajmować się podczas przeprowadzonego badania, czynnikami mogącymi wpłynąć na różnice w tych wartościach są min:

- położenie nieruchomości,
- stopień wyposażenia w urządzenia infrastruktury technicznej,
- funkcja nieruchomości wyznaczona w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego,
- stan zagospodarowania nieruchomości,
- poziom cen rynkowych w otoczeniu nieruchomości.
- ukształtowanie terenu,
- wielkość i kształt działki itp.

W badaniach wzrostu wartości nieruchomości spowodowanych podziałami nieruchomości oraz budową urządzeń infrastruktury technicznej, przedstawionych w dalszych rozdziałach artykułu, wzięto pod uwagę tylko te czynniki, które można było określić na podstawie danych uzyskanych z gminy.

### 3. Podział nieruchomości

W ujęciu administracyjno-prawnym podział nieruchomości polega na wyodrębnieniu w dotychczasowych granicach nieruchomości jej części w postaci działek gruntu znajdujących się w granicach nieruchomości sprzed podziału bez dokonywania zmiany jej dotychczasowego właściciela. Działki wydzielone w wyniku podziału nieruchomości poprzez dokonanie późniejszych czynności prawnych mogą stać się samodzielnymi nieruchomościami gruntowymi albo wejść w skład całkiem innej nieruchomości (JAGIELSKI, MARCZEWSKA 2010; ŻRÓBEK I IN. 2006; KOZŁOWSKI I IN. 2005).

Powołując się na zapisy ustawy o gospodarce nieruchomościami możemy twierdzić, iż podział nieruchomości jest jednym ze sposobów wykonywania prawa własności do nieruchomości, a także jednym z podstawowych procesów zmieniającym informację o terenie w zakresie prawnym i przestrzennym. (CYMERMAN I IN. 2008a; CYMERMAN I IN. 2008b; ŁOJEWSKI, WITKIEWICZ 2005; ŻRÓBEK I IN. 2006; *Rozporządzenie 2004a*).

Podział nieruchomości dokonywany jest na podstawie decyzji wójta, burmistrza albo prezydenta miasta zatwierdzającej podział.

Wg badań opisanych w książce pt. *Gospodarka nieruchomościami z komentarzem do wybranych procedur (2006)* przyrost wartości w wyniku podziału występuje zawsze, gdy jest przeprowadzany na nieruchomościach przeznaczonych na cele inwestycyjne i zależy głównie od wielkości powierzchni nieruchomości, która jest przedmiotem podziału, jak również od wielkości powierzchni działek, które powstały w wyniku podziału.

### 4. Budowa urządzeń infrastruktury technicznej

Budowa urządzeń infrastruktury technicznej to według artykułu 143 ust. 2 ustawy o gospodarce nieruchomościami wybudowanie nad ziemią na ziemi albo pod ziemią przewodów lub urządzeń elektrycznych, wodociągowych, gazowych, kanalizacyjnych, ciepłowniczych i telekomunikacyjnych lub wybudowanie drogi.

Budowa urządzeń infrastruktury technicznej ma za zadanie zapewnić na danym obszarze możliwość korzystania z energii elektrycznej, gazu i wody oraz dojazd do nieruchomości. Czynności te są niezbędne do rozpoczęcia jakichkolwiek przedsięwzięć na danym terenie. Powstała infrastruktura techniczna, wybudowana zwykle ze środków gminnych, wpływa na wzrost wartości nieruchomości i atrakcyjność terenu.

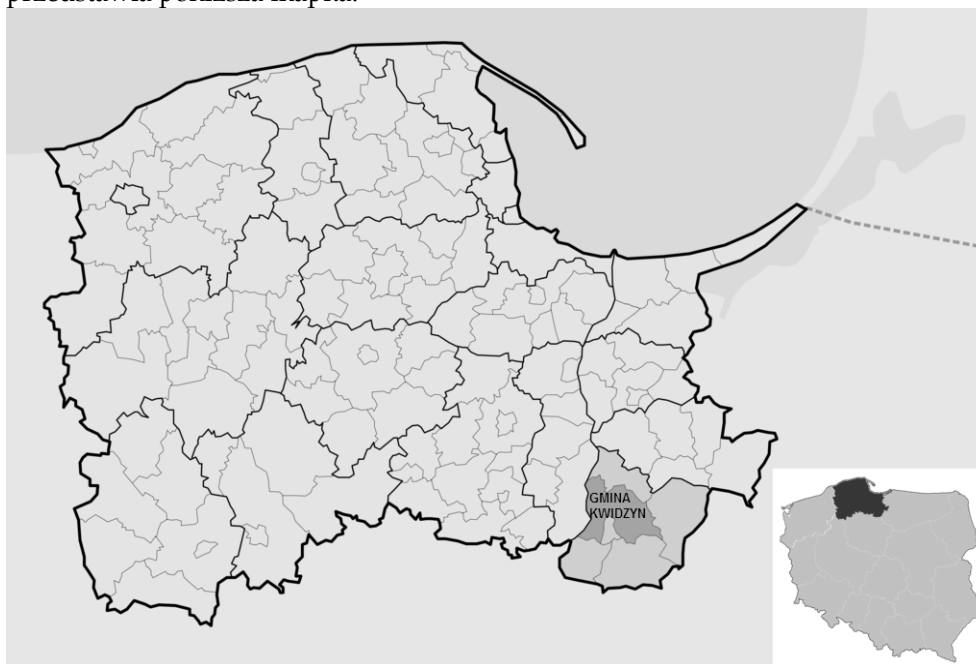
Budując infrastrukturę techniczną jednostka samorządu terytorialnego lub Skarb Państwa ponoszą koszty budowy tych urządzeń, a także pełnią funkcję inwestora, powodując wzrost wartości nieruchomości, co do których jednostka samorządu terytorialnego lub Skarb Państwa umożliwi podłączenie i korzystanie z nowo wybudowanych urządzeń infrastruktury technicznej lub zapewni możliwość korzystania z nowo wybudowanej drogi (CYMERMAN I IN. 2008a; CYMERMAN I IN. 2008b; ŁOJEWSKI, WITKIEWICZ 2005; ŻRÓBEK I IN. 2006; *Ustawa 1997*).

Analizując wzrosty wartości nieruchomości spowodowane budową infrastruktury technicznej również można wymienić szereg czynników warunkujących wysokość tego wzrostu. Najważniejszym z nich jest rodzaj wybudowanej infrastruktury technicznej.

## 5. Obszar badań

Badania zostały przeprowadzone na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn. W pracy badano wzrost wartości nieruchomości na skutek podziału lub budowy urządzeń infrastruktury technicznej. Z badań wyłączono nieruchomości, które w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego były położone na obszarach przeznaczonych na cele rolne lub leśne, a w przypadku braku planu miejscowego były wykorzystywane na cele rolne lub leśne w rozumieniu art. 92 ust 2 ustawy o gospodarce nieruchomościami oraz podziały przeprowadzane na nieruchomościach zabudowanych.

Gmina Kwidzyn jest gminą wiejską położoną w powiecie kwidzyńskim w województwie pomorskim. Położenie gminy na tle województwa i powiatu przedstawia poniższa mapka.



**Rys. 1.** Położenie gminy Kwidzyn na tle Polski, województwa pomorskiego i powiatu Kwidzyńskiego. Źródło: [http://pl.wikipedia.org/wiki/Gmina\\_Kwidzyn](http://pl.wikipedia.org/wiki/Gmina_Kwidzyn)

Gmina Kwidzyn, wg danych z roku 2009 zamieszczonych w raporcie na stronie internetowej <http://www.gminakwidzyn.pl>, zajmuje powierzchnię 207 km<sup>2</sup> i liczy

27 sołectw oraz 8 miejscowości niebędących sołectwami. Miejscowości leżące na terenie gminy zostaną przedstawione na mapie w dalszej części opracowania.

Gmina Kwidzyn jest miejscem bardzo atrakcyjnym dla inwestorów ze względu na swoje położenie oraz wysoki potencjał widokowy znacznej części jej obszaru.

#### **6. Wzrost wartości nieruchomości położonych na terenie gminy Kwidzyn na skutek podziałów nieruchomości**

Z danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn wynika, iż w gminie w latach 2006-2008 dokonano 72 podziałów, które odpowiadały kryteriom badań opisanym w rozdziale 4. Odnośnie przeprowadzonych podziałów uzyskano następujące informacje:

- miejsce położenia nieruchomości, która uległa podziałowi,
- rok przeprowadzenia podziału,
- powierzchnia działki przed podziałem oraz powierzchnie działek powstałych w wyniku podziału,
- wartość działki przed podziałem oraz wartości działek powstałych w wyniku podziału,
- cel przeprowadzenia podziału.

W gminie Kwidzyn wzrosty wartości nieruchomości spowodowane podziałami nieruchomości są bardzo różne. Średni wzrost wyniósł w latach 2006-2008 1,21 zł/m<sup>2</sup>. Analizując wzrosty wartości w poszczególnych latach, dane te zawiera poniższa tabela, widzimy pewną zależność: im większa liczba podziałów w danym roku tym wzrosty wartości nieruchomości są mniejsze. Zależność ta może być wynikiem zwiększenia liczby działek przeznaczonych pod zabudowę, przez co zwiększa się podaży i zmniejszenia na nie popytu, co prowadzi do zmniejszenia cen nieruchomości i mniejszych wzrostów wartości nieruchomości po przeprowadzonych podziałach.

**Tabela 1**

Dane dotyczące wzrostu wartości nieruchomości na skutek podziałów nieruchomości w gminie Kwidzyn w zł/1m<sup>2</sup>

Rok	Wzrost wartości nieruchomości spowodowany podziałem nieruchomości (zł/m <sup>2</sup> )	Ilość wykonanych podziałów nieruchomości
2006	2.47	8
2007	0.79	35
2008	1.36	29

*Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Rozpatrując wpływ położenia nieruchomości w odniesieniu do ilości przeprowadzonych podziałów w poszczególnych miejscowościach, przedstawiono

to na poniższej mapie, możemy twierdzić, iż w gminie Kwidzyn położenie nieruchomości i ilość przeprowadzonych podziałów nieruchomości nie może być kryterium wskazującym na wielkość wzrostu wartości nieruchomości spowodowanej podziałami nieruchomości. Jedynym faktem, jaki możemy stwierdzić na podstawie tych danych jest to, iż w większości miejscowości, które znajdują się na obrzeżach gminy i są położone w dość dużej odległości od głównych dróg krajowych lub te, do których dojazd jest utrudniony nie dochodzi do podziałów nieruchomości. Najwięcej podziałów nieruchomości obserwujemy w miejscowościach znajdujących się w odległości do 7 km od miasta Kwidzyna i położonych w pobliżu drogi krajowej nr 55.



**Rys. 2.** Rozmieszczenie miejscowości, w których położone są nieruchomości których wzrost wartości na skutek ich podziału został wzięty pod uwagę podczas przeprowadzonych badań. *Źródło:* opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Analizując zmiany wartości nieruchomości spowodowane podziałami nieruchomości w gminie Kwidzyn w kolejnych latach na terenie poszczególnych miejscowości, zastosowanym kryterium porównawczym był wzrost wartości nieruchomości w przeliczeniu na 1m<sup>2</sup> oraz ilość przeprowadzonych podziałów na terenie danych miejscowości. Dane niezbędne do tego badania zawiera poniższa tabela.

**Tabela 2**

Dane dotyczące ilości przeprowadzonych podziałów nieruchomości w poszczególnych miejscowościach oraz średnich zmian wartości 1m<sup>2</sup> powierzchni nieruchomości na skutek ich podziałów w latach 2006-2008

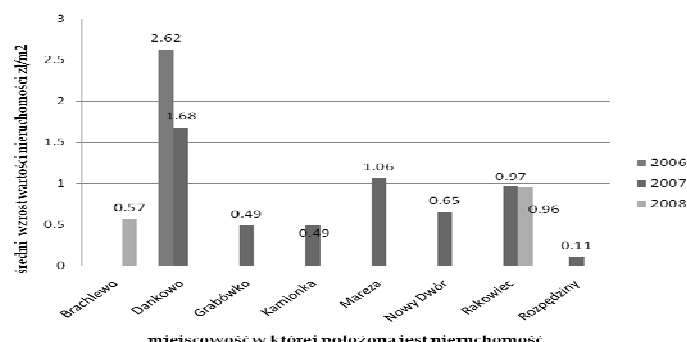
Cecha Miejscowość	Ilość nieruchomości, co do których przeprowadzono podział			Średnia zmiana wartość (zł/m <sup>2</sup> )		
	Rok 2006	2007	2008	2006	2007	2008
Brachlewo		1	3		0.31	0.57
Brokowo	1			3.11		
Dankowo	3	4	1	2.62	1.68	0.57
Grabówko		4	2		0.49	2.83
Kamionka	1	3	2	5.38	0.49	1.53
Korzeniewo			2			1.91
Licze		2	2		0.43	1.55
Mareza	1	6	2	0.52	1.06	0.44
Nowy Dwór		3	1		0.65	2.98
Obory			1			1.44
Podzamcze		2	2		0.52	1.95
Rakowiec		7	7		0.97	0.96
Rozpędziny	2	3	2	1.42	0.11	0.25
Tychnowy			2			2.56

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Oceniając zmiany wartości nieruchomości spowodowane podziałami nieruchomości w kolejnych latach możemy zauważyć, że w miejscowościach oddalonych znacznie od miasta Kwidzyna wzrosty wartości nieruchomości spowodowane ich podziałami są średnio niższe niż w miejscowościach położonych bliżej miasta Kwidzyna.

Analizując wysokości wzrostów wartości nieruchomości spowodowanych podziałami nieruchomości w odniesieniu do preferencji wyboru potencjalnej lokalizacji domu przez mieszkańców miasta widzimy, że to one mają znaczący wpływ na wysokości wzrostów wartości badanych nieruchomości. Dokładniejsze rozpatrzenie wpływu podziałów nieruchomości na wzrosty ich wartość umożliwia zastosowanie pewnych kryteriów dotyczących eliminacji błędów. Odrzucając przykładowo te miejscowości, w których w danym roku przeprowadzono poniżej trzech podziałów nasze badania stają się bardziej wiarygodne, ponieważ eliminują część podziałów wywołujących zmianę wartości nieruchomości mogącą znacząco odbiegać od pozostałych.

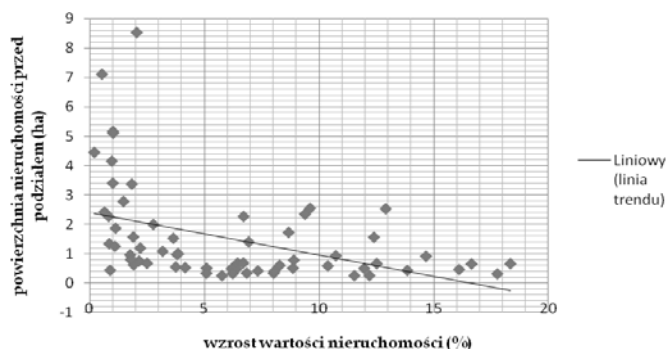
Poniższy wykres przedstawia dane dotyczące średniego wzrostu wartości nieruchomości w przeliczeniu na powierzchnię jednego metra kwadratowego po zastosowaniu przyjętego powyżej kryterium.



**Wykres 1.** Średni wzrost wartości nieruchomości spowodowany podziałem nieruchomości w przeliczeniu na powierzchnię 1m<sup>2</sup> w poszczególnych miejscowościach i w kolejnych latach po odrzuceniu miejscowości w których dokonano mniej niż trzech podziałów w danym roku. Źródło: opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Analizując średnie wzrosty wartości nieruchomości spowodowane podziałami nieruchomości w przeliczeniu na m<sup>2</sup> powierzchni w kolejnych latach i w poszczególnych miejscowościach, przedstawione na powyższym wykresie (wykres 1), widzimy znaczną różnicę w zmianie wartości nieruchomości przed i po podziale w trzech miejscowościach: Dankowie, Marezie i Rakowcu. Odnosząc to zjawisko do rozwój tych miejscowości zauważymy pewną prawidłowość. Dankowo, Rakowiec i Mareza to miejscowości położone blisko miasta Kwidzyn i stające się powoli „sypialnią” uciekających z miasta osób. Ludzie chcąc zakupić po niższej cenie grunt pod budowę domów nabywali go właśnie w tych miejscowościach. Wynika to także z niewielkiej odległości od miasta i dogodnego dojazdu. Miejscowość Dankowo jest położona w odległości około 1 km od Kwidzyna, a obok niej już dziś przebiega mała obwodnica miasta, Mareza natomiast bezpośrednio przylega do miasta Kwidzyna. Rakowiec z kolei leży w odległości około 6 km od miasta jednak posiada z miastem znakomite połączenie komunikacji podmiejskiej. Duże wzrosty wartości nieruchomości wynikają tu z chęci zakupu ziemi przez mieszkańców właśnie w tych okolicach. Po obserwacji preferencji mieszkańców dotyczących lokalizacji ich domów także widać, iż wskazywali oni w ankiecie właśnie te trzy miejscowości. Zauważając ten fakt możemy wysnuć następujący wniosek: średnia zmiana wartości nieruchomości spowodowana podziałami nieruchomości jest zależna od popytu na zakup nieruchomości w danej miejscowości. Im popyt ten jest większy, tym zmiana wartość nieruchomości spowodowana jej podziałem jest większa.

Kolejnym etapem badań było zbadanie wpływu powierzchni nieruchomości przed podziałem i powierzchni nowo powstałych działek po podziale na wielkość wzrostu wartości nieruchomości. Na poniższym wykresie przedstawiono linie trendu procentowej zmiany wartości nieruchomości w zależności od powierzchni nieruchomości przed podziałem.



**Wykres 2.** Procentowe wzrosty wartości nieruchomości w odniesieniu do ich powierzchni przed podziałem. Źródło: opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Na wykresie można zauważyć pewną zależność mówiącą o tym, że im większa powierzchnia nieruchomości przed podziałem, tym procentowa zmiana wartości nieruchomości jest mniejsza. Taką samą zależność otrzymano badając wzrost wartości w przeliczeniu na 1m<sup>2</sup> powierzchni nieruchomości. Z badań wynika także, iż im większa liczba działek powstaje w wyniku podziału i mniejsza jest ich powierzchnia tym wzrost wartości nieruchomości jest większy. Przykładowo dwie nieruchomości położone w miejscowości Dankowo poddano podziałowi w 2006 pierwszą o powierzchni 0,7980 ha podzielono na cztery działki przeznaczone pod zabudowę mieszkaniową jednorodzinną, drugą o powierzchni 0,5000 ha podzielono na dwie działki przeznaczone także pod zabudowę mieszkaniową jednorodzinną. Procentowy wzrost wartości nieruchomości w pierwszym przypadku wyniósł 92%, w drugim natomiast zaledwie 11%. Zależność ta jest widoczna także w przeliczeniu na 1m<sup>2</sup> powierzchni nieruchomości, tu również zauważamy zależność mówiącą o tym, iż im mniejsze działki powstają w wyniku podziału i większa jest ich liczba tym zwiększenie wartości nieruchomości wywołane podziałem nieruchomości jest większe.

Średni wzrost wartości nieruchomości spowodowany podziałami nieruchomości na obszarze gminy Kwidzyn w latach 2006-2008 wyniósł 6 %.

#### **7. Wzrost wartości nieruchomości położonych na terenie gminy Kwidzyn na skutek budowy urządzeń infrastruktury technicznej**

Na podstawie danych dotyczących wzrostu wartości nieruchomości spowodowanych stworzeniem warunków do podłączenia nieruchomości do poszczególnych urządzeń infrastruktury technicznej w latach 2006-2008 uzyskanych w gminie Kwidzyn nie można uzyskać obiektywnych wniosków dotyczących tego zjawiska.

W przeciągu badanych lat na obszarze gminy Kwidzyn, wg danych uzyskanych z urzędu, budowa urządzeń infrastruktury technicznej tylko w przypadku sześciu nieruchomości, które odpowiadały kryteriom badania,



wywołała wzrost ich wartości. Wzrosty wartości nieruchomości były spowodowane wybudowaniem przez gminę i stworzeniem warunków do podłączenia nieruchomości do kanalizacji sanitarnej. Zmiana wartości nieruchomości z tego tytułu nastąpiła dla nieruchomości położonych w miejscowości Rakowiec w 2008 roku. Dane dotyczące tych nieruchomości i wysokość wzrostu ich wartości przedstawia poniższa tabela.

**Tabela 4**

Dane dotyczące zmian wartości nieruchomości spowodowanych budową urządzeń infrastruktury technicznej (UIT) w gminie Kwidzyn w roku 2008

Lp.	Rok	UIT którego budowa spowodowała wzrost wartości nieruchomości	Położenie nieruchomości której wzrost wartości wzrosła na skutek budowy UIT	Powierzchnia działki (ha)	Wartość przed wybudowaniem urządzenia infrastruktury technicznej	Wartość po wybudowaniu urządzenia infrastruktury technicznej	Wielkość wzrostu wartości nieruchomości	Wzrost wartości nieruchomości w przeliczeniu na 1m <sup>2</sup> powierzchni	Wzrost wartości nieruchomości (%)
1	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.1301	17 811	23 847	6 036	4.64	33.89
2	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.1200	18 060	24 444	6 384	5.32	35.35
3	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.1200	18 060	24 444	6 384	5.32	35.35
4	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.2679	36 680	48 720	12 040	4.49	32.82
5	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.1959	26 819	35 908	9 089	4.64	33.89
6	2008	Kanalizacja sanitarna	Rakowiec	0.2265	31 018	40 378	9 360	4.13	30.18

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Gminy Kwidzyn.

Ze względu na zbyt małą liczbę nieruchomości, których wartość wzrosła na skutek budowy urządzeń infrastruktury technicznej nie jesteśmy w stanie zbadać czynników mogących wpływać na zróżnicowanie w wysokościach zmian wartości nieruchomości z tego tytułu, co za tym idzie nie określimy wysokości wzrostu spowodowanego poszczególnymi rodzajami infrastruktury technicznej.

Na podstawie powyższej tabeli możemy stwierdzić, iż średni wzrost wartości nieruchomości spowodowany budową kanalizacji sanitarnej na terenie gminy Kwidzyn wynosi na 34%.

## 8. Wnioski

- 1) Podziały nieruchomości lub budowa urządzeń infrastruktury technicznej mogą znacząco wpływać na wartość nieruchomości.
- 2) Im większa liczba podziałów przeprowadzonych w danym roku na terenie gminy Kwidzyn, tym średnia zmiana wartości nieruchomości jest mniejsza.
- 3) W miejscowościach oddalonych znacznie od miasta Kwidzyna wzrosty wartości nieruchomości spowodowane ich podziałami są średnio niższe niż w miejscowościach położonych bliżej miasta.
- 4) Wielkości zmian wartości nieruchomości spowodowane ich podziałami nieruchomości są zależne od popytu na zakup działek w danej miejscowości (preferencji mieszkańców, co do lokalizacji przyszłych budynków mieszkalnych). Większy popyt wiąże się z większym wzrostem wartości nieruchomości spowodowanym jej podziałem.
- 5) Im powierzchnia nieruchomości przed podziałem jest większa, tym wielkość wzrostu wartości 1m<sup>2</sup> powierzchni nieruchomości oraz procentowy wzrost wartości nieruchomości spowodowany podziałem jest mniejszy.
- 6) Im większa liczba działek powstaje w wyniku jednego podziału i mniejsza jest ich powierzchnia, tym wzrost wartości nieruchomości jest większy.
- 7) Średni wzrost wartości nieruchomości spowodowany podziałem nieruchomości w latach 2006-2008 na obszarze gminy Kwidzyn wyniósł 6%, z kolei na skutek budowy kanalizacji sanitarnej 34%.
- 8) Wielkości wzrostów wartości nieruchomości spowodowane budową urządzeń infrastruktury technicznej zależą od rodzaju wybudowanej infrastruktury.

## 9. Literatura

- CYMERMAN R., KOWALCZYK C., TELEGA T., 2008a, *Opłaty adiacenckie*, EDUCATERRA, Olsztyn
- CYMERMAN R., KRYSZAK H BAJEROWSKI T., 2008b, *Prognoza skutków uchwalania miejscowego planu zagospodarowania przestrzennego*, Wydawca EDUCATERRA Sp. z o.o., Olsztyn
- JAGIELSKI A., MARCZEWSKA B., 2010, *Geodezja w Gospodarce Nieruchomościami*, Wydawnictwo GEODPIS, Kraków
- KOZŁOWSKI S., SŁYSZ K., WĘGŁOWSKI M., WIERZCHOWSKI M., ZASTAWNIAK B., ZGUD K., 2005, *Vademecum gospodarki przestrzennej*, Instytut Rozwoju Miast, Kraków
- ŁOJEWSKI R., WITKIEWICZ Z., 2005, *Poradnik Doradcy Majątkowego - Prognoza skutków finansowych uchwalania miejscowego planu zagospodarowania przestrzennego*, Wydawca Instytut Doradztwa Majątkowego, Warszawa
- Szacowanie nieruchomości*, Red J. Dydenko, 2006, Wydawnictwo Wolters Kluwer Polska - ABC, Warszawa
- ŻRÓBEK R, ŻRÓBEK S., KURYJ J., 2006, *Gospodarka nieruchomości z komentarzem do wybranych procedur*, Wydawnictwo Gall, Katowice. s. 168-199, 354-400, 456-464

*Powszechne krajowe*

*Krajowy standard wyceny podstawowy nr 1 (KSWP 1), Wartość rynkowa i wartość odtworzeniowa.*

*Ustawa z dnia 21 sierpnia 1997 r. o gospodarce nieruchomościami, (t. j. Dz. U. 2010 nr 102, poz. 651 z późn. zm.)*

*Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 7 grudnia 2004a r. w sprawie sposobu i trybu dokonywania podziałów nieruchomości, (Dz.U. Nr 268, poz. 2663)*

*Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 21 września 2004b r. w sprawie wyceny nieruchomości i sporządzania operatu szacunkowego, (Dz.U. 2004 nr 207 poz. 2109 z późn. zm.)*

[http://pl.wikipedia.org/wiki/Gmina\\_Kwidzyn](http://pl.wikipedia.org/wiki/Gmina_Kwidzyn) 10.12.2010

<http://gminakwidzyn.pl/portal> 10.12.2010

## **THE INCREASE IN PROPERTY VALUES DUE TO PROPERTY PARTITIONS OR TECHNICAL INFRASTRUCTURE CONSTRUCTION ON EXAMPLE THE COMMUNE OF KWIDZYN**

**Kamila Juchniewicz**

*Department of Geoinformatics*

*Koszalin University of Technology*

*e-mail: juchniewicz@wbiis.tu.koszalin.pl*

**Key words:** *Property partitions, technical infrastructure building, the increase in property value*

### **Abstract**

Partition of properties and investments held by the commune in which there is inter alia building a new technical infrastructure can significantly affect the increase in real estate value.

The article analyzes the increases in property value due to property divisions and the construction of technical infrastructure in the commune of Kwidzyn in 2006-2008. The study area excludes the properties that in the local land development plan were located in areas intended for agricultural or forestry purposes, in the absence of a local plan have been used for agricultural or forestry purposes, and the partition carried out on developed properties as well.

The study was based on data obtained from the office in the commune of Kwidzyn. The analysis took into account various factors that may affect the differentiation of property value increase caused by division of real estate or technical infrastructure construction.

# UREALNIENIE WARTOŚCI MODELOWEJ NIERUCHOMOŚCI<sup>7</sup>

**Anna Barańska**

*Katedra Geomatyki*

*Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie*

e-mail: *abaran@agh.edu.pl*

**Słowa kluczowe:** *wielowymiarowe modelowanie rynku nieruchomości, wartość modelowa, odchyłka losowa, poprawka losowa, wartość rynkowa*

## Streszczenie

W pracy zostaną zaprezentowane i porównane różne sposoby obliczania poprawki losowej mającej na celu urealnienie wartości modelowej nieruchomości, uzyskanej z wykorzystaniem wielowymiarowych modeli funkcyjnych. Urealnienie następuje poprzez zbliżenie wartości modelowej do rzeczywistych cen rynkowych uzyskiwanych na rynku za nieruchomości najbardziej podobne do wycenianego obiektu. Idea postępowania opiera się na zależności:

$$\delta = C - W, \quad (0.1)$$

która mówi, że odchyłka losowa  $\delta$  to różnica pomiędzy zaobserwowaną  $C$  i modelową  $W$  wartością zmiennej losowej zależnej, np. ceny nieruchomości. Zatem chcąc uzyskać wartość nieruchomości bliższą rzeczywistej, możemy dodać do wartości modelowej, poprawkę określoną z odchyłek losowych modelu:

$$w_R = w_M + w_L \quad (0.2)$$

gdzie:

$$w_L = f(\delta)$$

$w_R$  – wartość rynkowa nieruchomości,

$w_M$  – wartość modelowa nieruchomości,

$w_L$  – poprawka losowa do wartości modelowej.

Poprawka ta może być wyznaczona w różny sposób. Ma ona jednak uwzględniać odchyłki nieruchomości, których atrybuty są najbardziej podobne do atrybutów nieruchomości podlegającej wycenie.

Idea postępowania polega na maksymalnym zbliżeniu wartości nieruchomości do rzeczywistych cen rynkowych. Warunek ten jest spełniony dla trzech rozpatrywanych wariantów obliczania ostatecznej prognozy wartości rynkowej:

---

<sup>7</sup> Temat realizowany w ramach badań statutowych w Katedrze Geomatyki, WGGiŚ, AGH, Kraków

- 1) Średnia z cen rynkowych wyselekcjonowanych nieruchomości, dla których odchyłki losowe spełniają wymagane kryterium,
- 2) Wartość modelowa skorygowana poprawką losową, wyznaczoną jako średnia arytmetyczna odchyłek losowych dla wybranych nieruchomości,
- 3) Wartość modelowa skorygowana poprawką losową, wyznaczoną jako średnia ważona odchyłek losowych, odpowiadających nieruchomościom najbardziej podobnym:
  - 3a) macierz wagowa diagonalna,
  - 3b) macierz wagowa jako odwrotność macierzy kowariancji odchyłek losowych.

W pracy zostaną zamieszczone przykładowe wyniki estymacji poprawki losowej oraz wartości rynkowej nieruchomości, wraz z wynikami parametrycznych testów istotności, porównujących wyniki prognozy wartości rynkowej (skorygowanej wartości modelowej) w zależności od zróżnicowania wartości poprawek losowych.

## 1. Wprowadzenie

Rynek nieruchomości jest obszarem zmienności bardzo trudnym do modelowania. Występuje tu wiele ukrytych, niemierzalnych lub trudno mierzalnych czynników kształtujących cenę w danej chwili. Nie jest zatem łatwo uzyskać model, do którego można mieć wystarczające zaufanie. Dlatego też w pracy zaproponowano algorytm postępowania polegający na skorygowaniu wartości uzyskanej z modelu, poprawką losową, wyznaczoną z odchyłek losowych modelu dla tych nieruchomości, które w osobnej analizie uznano za najbardziej zbliżone do wycenianej, pod względem ich atrybutów cenotwórczych. Korzystamy tutaj z zależności  $\delta=C-W$ , która mówi, że odchyłka losowa  $\delta$  to różnica pomiędzy modelową  $W$  i zaobserwowaną  $C$  wartością zmiennej losowej zależnej. Zatem chcąc uzyskać wartość nieruchomości bliższą rzeczywistej, dodajemy poprawkę zbudowaną z odchyłek, do wartości modelowej. Poprawka ta może być wyznaczona w różny sposób. Ma ona jednak uwzględniać odchyłki nieruchomości takich jak wyceniana, czyli najbardziej do niej podobnych.

Opracowano kilka procedur obliczania poprawki korygującej. Wpływ zastosowania opracowanych procedur ilościowych na ostateczny wynik prognozy wartości rynkowej oraz na jej dokładność, został zbadany metodami statystycznymi, głównie przy pomocy stosownych parametrycznych testów istotności.

## 2. Modyfikacja wartości modelowej nieruchomości

W niniejszym artykule pominięto opis etapu modelowania rynku nieruchomości, który został szeroko omówiony w wielu wcześniejszych publikacjach autorki (BARAŃSKA 2005, 2006, 2007c, 2010a). Skoncentrowano się na ostatecznym wyznaczeniu wartości rynkowej nieruchomości na drodze dwuetapowego jej prognozowania (BARAŃSKA 2007b). Idea algorytmu, polegająca

na maksymalnym zbliżeniu wartości nieruchomości do rzeczywistych cen rynkowych, jest realizowana za pomocą następujących wariantów wyznaczania prognozy wartości:

- 1) Średnia z cen rynkowych wyselekcjonowanych nieruchomości, dla których odchyłki losowe spełniają wymagane kryterium,
- 2) Wartość modelowa skorygowana poprawką losową, wyznaczoną jako średnia arytmetyczna odchyłek losowych dla wybranych nieruchomości,
- 3) Wartość modelowa skorygowana poprawką losową, wyznaczoną jako średnia ważona odchyłek losowych, odpowiadających nieruchomościom najbardziej podobnym:
  - 3a) macierz wagowa diagonalna,
  - 3b) macierz wagowa jako odwrotność macierzy kowariancji odchyłek losowych.

### 2.1. Prognoza wartości rynkowej z cen wyselekcjonowanych nieruchomości

Pierwszy proponowany sposób postępowania w procesie prognozowania rynkowej wartości nieruchomości w dwuetapowym algorytmie wyceny, polega na wyznaczeniu ostatecznej prognozy wartości jako średniej pierwotnych cen rynkowych wybranych nieruchomości, zgromadzonych w bazie danych, uznanych za najbardziej podobne do wycenianej. Wyodrębniamy te nieruchomości z bazy danych, dla których odchyłki losowe wyestymowanego modelu są najmniejsze, tzn. mieszczą się w określonym przedziale wartości. Przedział ten może być określony za pomocą standardowego błędu estymacji, czyli pierwiastka z wariancji resztowej modelu. Tym samym warunek dla odchyłek losowych wybieranych nieruchomości może wyglądać następująco:

$$|\delta| < \hat{\sigma} \quad (2.1)$$

Jednocześnie, przy wykorzystaniu metod jakościowych, wybieramy z bazy danych nieruchomości najbardziej podobne do wycenianej, ze względu na posiadane cechy rynkowe, stosując różne metody oceny podobieństwa między nieruchomościami. Uzyskujemy w ten sposób drugi zbiór wybranych nieruchomości. Za podstawę dalszej prognozy wartości, powinna służyć część wspólna obu zbiorów nieruchomości, których ceny wagujemy ze względu na stopień podobieństwa do nieruchomości wycenianej. Wagę można uzależnić np. od liczby atrybutów identycznych w danej parze: *nieruchomość wyceniana i porównywana*, gdy za nieruchomości podobne uznaliśmy wcześniej te, które mają określoną liczbę atrybutów jednakowych z nieruchomością wycenianą (BARAŃSKA 2010c). Waga może też wynikać z wartości rangi, jaką przypisano nieruchomości uznanej za podobną w *analizie szeregowania nieruchomości*. Czyli z tego, na ile jest ona różna od rangi przypisanej nieruchomości wycenianej. W przypadku stosowania *analizy porównania względnego*, waga będzie związana z sumą

poprawek, które wyznaczono dla każdej z nieruchomości podobnych (CZAJA, PARZYCH 2007).

Ostateczna prognoza wartości nieruchomości, będzie średnią ważoną z cen rynkowych wyselekcjonowanych nieruchomości, a jej odchylenie standardowe jest pierwiastkiem wariancji, wyznaczonej dla obserwacji różnodokładnych:

$$w_R = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \cdot c_{w_i}}{\sum_{i=1}^k p_i} \quad (2.2)$$

$$\sigma(w_R) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k p_i (c_{w_i} - w_R)^2}{(k-1) \cdot \sum_{i=1}^k p_i}} \quad (2.3)$$

gdzie:

- $c_{w_i}$  – jednostkowe ceny wybranych nieruchomości,
- $p_i$  – waga dla  $i$ -tej nieruchomości,
- $k$  – liczba wybranych nieruchomości.

## 2.2. Prognoza wartości rynkowej na podstawie poprawionej wartości modelowej

Drugi proponowany wariant wyznaczania wartości rynkowej to korygowanie wartości uzyskanej wprost z modelu funkcyjnego, dobrze odzwierciedlającego tendencje panujące na rynku, poprawką losową wyliczoną z odchyłek losowych modelu odpowiadających wybranym nieruchomościom, uznanym za najbardziej podobne do wycenianej:

$$w_R = w_M + w_L \quad (2.4)$$

gdzie:

- $w_R$  – wartość rynkowa nieruchomości,
- $w_M$  – wartość modelowa nieruchomości,
- $w_L$  – poprawka losowa do wartości modelowej.

Dokładność wartości końcowej wyznaczamy wówczas według wzoru:

$$\sigma(w_R) = \sqrt{\sigma^2(w_M) + \sigma^2(w_L)} \quad (2.5)$$

### 2.2.1. Poprawka losowa jako średnia arytmetyczna odchyłek

Algorytm wyboru nieruchomości najbardziej podobnych ma charakter deterministyczny, gdyż bazuje na kryteriach podobieństwa między cechami nieruchomości (wyskalowanymi atrybutami). Zastosowanie określonego algorytmu oceny podobieństwa jest procesem niezależnym od obliczania wartości odchyłek losowych, uzyskanych w wyniku estymacji wartości modelowych zmiennej zależnej (ceny nieruchomości) dla nieruchomości będących podstawą estymacji parametrów funkcyjnego nieliniowego modelu wyceny wielu zmiennych. Z tego względu można sformułować procedurę określania poprawki

do wartości modelowej, opartą na średniej arytmetycznej odchyłek. Poprawka byłaby więc wyznaczana według wzoru:

$$w_L = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \delta_{w_i} \quad (2.6)$$

gdzie:

$\delta_{w_i}$  – odchyłki losowe modelu dla cen wybranych nieruchomości,

$k$  – liczba wybranych nieruchomości.

a jej odchylenie standardowe szacowalibyśmy jako pierwiastek z następującej wariancji:

$$V(w_L) = Cov(w_L) = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} & & \\ & \frac{1}{k} & \\ & & \dots & \\ & & & \frac{1}{k} \end{bmatrix} \cdot Cov(\delta_{w_i}) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{k} & & \\ & \frac{1}{k} & \\ & & \dots & \\ & & & \frac{1}{k} \end{bmatrix}^T = \frac{1 \cdot Cov(\delta_{w_i}) \cdot 1^T}{k^2} \quad (2.7)$$

gdzie:

$Cov(\delta_{w_i})$  – macierz kowariancji odchyłek losowych cen wybranych nieruchomości.

## 2.2.2. Poprawka losowa jako średnia ważona odchyłek

### 2.2.2.1. Macierz wagowa diagonalna

W ramach analizy wariancji prowadzonej podczas procesu modelowania lokalnego rynku nieruchomości, uzyskujemy m.in. wariancje odchyłek losowych modelu dla nieruchomości, które go tworzą. Wielkości te mogą posłużyć do wyliczenia wag przypisanych poszczególnym odchyłkom losowym nieruchomości uznanych za najbardziej podobne do wycenianej, zgodnie z następującą definicją wagi:

$$p_i = \frac{1}{v(\delta_i)} \quad (2.8)$$

gdzie:

$v(\delta_i)$  – wariancja odchyłki losowej  $\delta_i$  danej nieruchomości podobnej.

Ponownie bazując na niezależności procesu wyboru nieruchomości najbardziej podobnych do wycenianej od całego procesu modelowania, przy wyliczaniu poprawki losowej w postaci średniej ważonej – macierz wagową możemy przyjąć w postaci diagonalnej. Sprowadza to wzór na wyliczenie poprawki losowej do następującej postaci:

$$w_L = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \delta_{w_i}}{\sum_{i=1}^k p_i} \quad (2.9a)$$

gdzie:

$\delta_{w_i}$  – odchyłki losowe modelu dla cen wybranych nieruchomości,

$p_i$  – wagi przypisane poszczególnym odchyłkom według wzoru (2.6).

Powyższy wzór jest równoważny następującemu w zapisie macierzowym (2.9):



$$w_L = [\mathbf{1} \cdot P \cdot \mathbf{1}^T]^{-1} \cdot [\mathbf{1} \cdot P] \cdot [\delta_w] \quad (2.9b)$$

gdym:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_k \end{bmatrix}$$

Odchylenie standardowe  $\sigma(w_L)$  tak zdefiniowanej poprawki jest pierwiastkiem wariancji wyznaczonej ze wzoru:

$$V(w_L) = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \cdot (\delta_i - w_L)^2}{(k-1) \cdot \sum_{i=1}^k p_i} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \cdot \delta_i^2 - 2w_L \cdot \sum_{i=1}^k p_i \cdot \delta_i + w_L^2 \cdot \sum_{i=1}^k p_i}{(k-1) \cdot \sum_{i=1}^k p_i} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i \cdot \delta_i^2 - w_L \cdot \sum_{i=1}^k p_i \cdot \delta_i}{(k-1) \cdot \sum_{i=1}^k p_i} \quad (2.10)$$

#### 2.2.2.2. Macierz wagowa pełna

Dla odchyłek losowych modelu można przeprowadzić pełną analizę dokładności, wyznaczając ich macierz kowariancji. Odwrotność tej macierzy może stanowić macierz wagową, przy wyznaczaniu poprawki losowej do wartości modelowej, w postaci średniej ważonej odchyłek od cen wybranych nieruchomości.

Zróznicowana dokładność odchyłek losowych modelu oraz ich wzajemne powiązanie, stanowią przesłankę do wyrażenia poprawki  $w_L$  w postaci średniej ważonej odchyłek odpowiadających wybranym nieruchomościom, w najbardziej ogólnej postaci:

$$w_L = [\mathbf{1} \cdot P \cdot \mathbf{1}^T]^{-1} \cdot [\mathbf{1} \cdot P] \cdot [\delta_w] \quad (2.11)$$

gdzie:

- $[\mathbf{1}] = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$  - wektor złożony z jedynek o wymiarach  $(1 \times k)$ ,
- $k$  - liczba wybranych nieruchomości najbardziej podobnych do wycenianej,
- $[P]$  - macierz wagowa o wymiarach  $(k \times k)$ ,
- $[\delta_w]$  - wektor odchyłek losowych modelu dla wybranych  $k$  nieruchomości  $(k \times 1)$ .

Macierz wagowa  $P$  w sposób naturalny wynika z macierzy kowariancji odchyłek losowych modelu:

$$P = Cov^{-1}[\delta_w] \quad (2.12)$$

Zgodnie z prawem narastania wariancji, odchylenie standardowe  $\sigma(w_L)$  poprawki losowej  $w_L$  wyznaczamy następująco:

$$V(w_L) = \sigma^2(w_L) = \sigma_{\delta_w}^2 \cdot [\mathbf{1} \cdot P \cdot \mathbf{1}^T]^{-1} \quad (2.13)$$

przy czym wariancja resztowa  $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_W}^2$  jest określona dla grupy  $k$  wybranych nieruchomości według wzoru:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_W}^2 = \frac{[\hat{\beta}_W - \underline{1}^T \cdot W_L]^T \cdot P \cdot [\hat{\beta}_W - \underline{1}^T \cdot W_L]}{k-1} = \frac{\hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \hat{\beta}_W - \hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L - W_L^T \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \hat{\beta}_W + W_L^T \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L}{k-1} = \dots \quad (2.14)$$

Podstawiając wzór (2.9) do ostatniego składnika w liczniku powyższego ułamka, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \dots \frac{\hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \hat{\beta}_W - \hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L - W_L^T \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \hat{\beta}_W + \hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot [\underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T]^{-1} \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L}{k-1} \\ & = \frac{\hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \hat{\beta}_W - \hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L - W_L^T \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \hat{\beta}_W + \hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \underline{1}^T \cdot W_L}{k-1} \end{aligned}$$

Po redukcji składników podobnych, otrzymujemy ostatecznie:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_W}^2 = \frac{[\hat{\beta}_W^T \cdot P \cdot \hat{\beta}_W] - W_L^T \cdot [\underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T]}{k-1} \quad (2.15)$$

### 3. Przykładowe wyniki estymacji punktowej poprawki losowej

Zaprezentujemy teraz konkretne wyniki estymacji poprawek losowych do wartości modelowej nieruchomości, wyznaczone w różnych wariantach, omówionych powyżej. Przedmiot analiz stanowił rynek nieruchomości gruntowych niezabudowanych na terenie gminy Skawina. Wejściowa baza danych była złożona ze 117 działek opisanych za pomocą 18 atrybutów: data transakcji, strefa gminy, dostęp komunikacyjny, przeznaczenie w planie miejscowym, forma dojazdu, stan drogi dojazdowej, pozytywne elementy otoczenia, negatywne elementy otoczenia, topografia terenu, uzbrojenie terenu, dostęp do obiektów użyteczności publicznej, obciążenia prawne, kształt działki, gęstość zabudowy, moda na lokalizację, rodzaj użytku, położenie na terenach zalewowych, pole powierzchni.

Proces modelowania wraz z pełną analizą wariancji przeprowadzono dla różnych postaci wielowymiarowych modeli funkcyjnych:

1) addytywny liniowy:

$$c = \sum_{i=1}^m (x_i - \hat{x}_i) \cdot a_i \quad (3.1)$$

2) addytywny nieliniowy:

$$c = \sum_{i=1}^m (a_{i1} \cdot (x_i - \hat{x}_i) + a_{i2} \cdot (x_i - \hat{x}_i)^2 + \dots + a_{im_i} \cdot (x_i - \hat{x}_i)^{m_i}) \quad (3.2)$$

*lub w bardziej ogólnej postaci*

$$c = \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \quad (3.2b)$$

3) multiplikatywny wykładniczy:

$$c = a_0 \cdot a_1^{x_1} \cdot a_2^{x_2} \cdot \dots \cdot a_m^{x_m} \quad (3.3)$$

4) multiplikatywny potęgowy:

$$c = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_m^{a_m} \quad (3.4)$$

gdzie:

- c – jednostkowa cena nieruchomości,
- $x_i$  – wartość atrybutu i,
- $\bar{x}_i$  – przeciętna wartość atrybutu i w bazie danych,
- m – liczba rozpatrywanych atrybutów,
- $a_i$  – parametry modelu,
- $n_i$  – stopień wielomianu dla i-tego atrybutu, opisujący zależność ceny nieruchomości od tego atrybutu,
- $f_i(x_i)$  – funkcja zależności ceny od atrybutu i.

Przebieg estymacji parametrów powyższych modeli został szczegółowo opisany w publikacjach (BARAŃSKA 2005, 2006, 2007c, 2010a). W wyniku weryfikacji istotności statystycznej parametrów modelu, w każdym z nich otrzymano inny zbiór zmiennych niezależnych, istotnych dla prognozowania wartości zmiennej zależnej. Na podstawie modelowych wartości tej zmiennej dla każdej z nieruchomości będących podstawą estymacji, obliczono wartości odchyłek losowych modelu, z których wyznaczano poprawki losowe do wartości modelowej wycenianej nieruchomości w trzech wariantach (wzory (2.6), (2.9), (2.11)). Wartości tych poprawek oraz ich odchylenia standardowe zawierają tabele 1 i 2, odpowiednio dla modeli addytywnych i dla modeli multiplikatywnych.

**Tabela 1**

Wyniki estymacji punktowej poprawki losowej do wartości modelowej gruntu  
wyznaczonej z modeli addytywnych

k	Met. wyboru podobnych	Średnia (2.6) arytmetyczna		Średnia (2.9) ważona		Średnia (2.11) ważona		Wyniki testów statystycznych $Z_{tab} = 1,96$							
								Porównanie poprawek $w_L$			Porównanie odchyłeń standardowych $\sigma(w_L)$				
		$w_L$	$\sigma(w_L)$	$w_L$	$\sigma(w_L)$	$w_L$	$\sigma(w_L)$	$Z_{obl\ 2.6-2.9}$	$Z_{obl\ 2.6-2.11}$	$Z_{obl\ 2.9-2.11}$	$F_{obl\ 2.6-2.9}$	$F_{obl\ 2.6-2.11}$	$F_{obl\ 2.9-2.11}$	$F_{tab}$	
<b>Model liniowy</b>															
27	1A	2,84	1,76	2,94	2,66	3,16	1,71	0,03	0,13	0,07	<b>2,28</b>	1,06	<b>2,42</b>	1,93	
9	1B	-0,55	4,07	-0,63	3,58	-0,55	2,99	0,01	0,00	0,02	1,29	1,86	1,43	3,44	
31	2	2,29	2,07	2,19	2,46	2,05	1,73	0,03	0,09	0,05	1,41	1,43	<b>2,02</b>	1,84	
14	3	0,16	3,21	-0,04	3,88	-0,29	3,28	0,04	0,10	0,05	1,46	1,04	1,40	2,58	
<b>Model nieliniowy</b>															
41	1A	-0,33	0,97	-0,11	2,13	-0,12	0,91	0,09	0,15	0,00	<b>4,82</b>	1,14	<b>5,48</b>	1,69	
21	1B	-2,25	2,17	-2,29	3,09	-2,50	2,29	0,01	0,08	0,05	2,03	1,12	1,82	2,12	
14	2	0,37	3,10	0,28	2,61	0,28	2,37	0,02	0,02	0,00	1,41	1,71	1,21	2,58	

9	3	12,11	3,98	12,04	4,54	12,03	4,27	0,01	0,02	0,00	1,30	1,15	1,13	3,44
---	---	-------	------	-------	------	-------	------	------	------	------	------	------	------	------

Źródło: opracowanie własne.

W każdym modelu, poprawki były liczone niezależnie na podstawie czterech różnych grup nieruchomości uznanych za najbardziej podobne do wycenianej. Zastosowano tu cztery jakościowe metody oceny podobieństwa, opisane szczegółowo w publikacjach (CZAJA, PARZYCH 2007, BARAŃSKA 2007d, 2008, 2009). Przyjęto dla nich we wszystkich tabelach, następujące oznaczenia kodowe:

- 1a – wybór nieruchomości podobnych na podstawie co najmniej połowy identycznych atrybutów,
- 1B – wybór podobnych na podstawie liczby atrybutów o 1 większej od połowy,
- 2 – analiza porównania względnego nieruchomości,
- 3 – analiza szeregowania nieruchomości.

**Tabela 2**

Wyniki estymacji punktowej poprawki losowej do wartości modelowej gruntu wyznaczonej z modeli multiplikatywnych

k	Met. wyboru podobnych	Średnia (2.6) arytmetyczna		Średnia (2.9) ważona		Średnia (2.11) ważona		Wyniki testów statystycznych $Z_{tab} = 1,96$						
		$w_L$	$\sigma(w_L)$	$w_L$	$\sigma(w_L)$	$w_L$	$\sigma(w_L)$	Porównanie poprawek $w_L$			Porównanie odchyłeń standardowych $\sigma(w_L)$			
								$Z_{obl\ 2.6-2.9}$	$Z_{obl\ 2.6-2.11}$	$Z_{obl\ 2.9-2.11}$	$F_{obl\ 2.6-2.9}$	$F_{obl\ 2.6-2.11}$	$F_{obl\ 2.9-2.11}$	$F_{tab}$
<b>Model wykładniczy</b>														
27	1A	4,22	2,07	4,14	2,92	4,10	2,09	0,02	0,04	0,01	<b>1,99</b>	1,02	<b>1,95</b>	1,93
10	1B	-0,66	4,24	-0,78	3,06	-0,58	2,64	0,02	0,02	0,05	1,92	2,58	1,34	3,18
35	2	1,68	1,91	1,12	2,97	0,58	2,01	0,16	0,40	0,15	<b>2,42</b>	1,11	<b>2,18</b>	1,77
11	3	-4,25	3,90	-3,32	5,20	-2,24	4,55	0,14	0,33	0,16	1,78	1,36	1,31	2,98
<b>Model potęgowy</b>														
19	1A	5,65	2,62	5,58	3,38	5,35	2,46	0,02	0,08	0,06	1,66	1,13	1,89	2,22
6	1B	0,85	5,42	0,86	4,50	0,67	3,79	0,00	0,03	0,03	1,45	2,05	1,41	5,05
21	2	0,03	2,64	-0,17	2,57	-0,52	2,02	0,05	0,16	0,11	1,06	1,71	1,62	2,12
9	3	-3,24	4,58	-3,29	3,01	-3,50	2,71	0,01	0,05	0,05	2,32	2,86	1,23	3,44

Źródło: opracowanie własne.

Druga część tabel 1 i 2, pt. „Wyniki testów statystycznych” zawiera wartości funkcji testowych służących porównaniu wartości poprawek  $w_L$  oraz ich odchyłeń standardowych  $\sigma(w_L)$ , uzyskane na różne sposoby opisane w punkcie 2.2. Wyróżniono wartości funkcji wykazujące statystyczną istotność. Jak widać nie

zaobserwowano istotnych różnic między wartościami samych poprawek. Istotne różnice zdarzają się tylko między ich dokładnościami.

Po szczegółowym przeanalizowaniu tych wyników, zauważamy, iż tam gdzie zastosowanie różnych estymatorów przy obliczaniu poprawek do wartości modelowej funkcji, wpłynęło istotnie na ich dokładność – tam zawsze jest to na niekorzyść estymatora (2.9). Dokładność poprawki w postaci średniej ważonej wyliczonej z pominięciem kowariancji między odchyłkami losowymi, jest najmniejsza.

#### 4. Przykładowe wyniki prognozowania urealnionej wartości rynkowej

Kolejny, końcowy etap obliczeń polegał na wykonaniu estymacji punktowej ostatecznych prognoz wartości rynkowej nieruchomości w czterech wariantach, przedstawionych w punkcie 2. Wyniki dla wszystkich modeli zawiera tabela 3.

**Tabela 3**

Wyniki estymacji punktowej wartości rynkowej gruntu

Metoda wyboru podobnych	Bez poprawki losowej $w_L$		Z poprawką jako średnia arytmetyczna		Z poprawką jako średnia ważona (2.9)		Z poprawką jako średnia ważona (2.11)	
	$w_R$	$\sigma(w_R)$	$w_R$	$\sigma(w_R)$	$w_R$	$\sigma(w_R)$	$w_R$	$\sigma(w_R)$
<b>Model liniowy</b>								
1A	43,32	2,99	39,59	5,00	39,69	5,39	39,92	4,99
1B	40,37	2,49	36,20	6,21	36,12	5,89	36,20	5,56
2	58,45	5,70	39,05	5,12	38,94	5,29	38,80	4,99
3	42,30	4,98	36,91	5,68	36,71	6,09	36,46	5,72
<b>Model nieliniowy</b>								
1A	44,45	2,93	19,48	5,54	19,70	5,86	19,69	5,53
1B	42,85	4,03	17,56	5,87	17,52	6,27	17,32	5,92
2	67,90	8,74	20,19	6,28	20,09	6,05	20,09	5,95
3	68,25	16,92	31,93	6,75	31,86	7,10	31,84	6,93
<b>Model wykładniczy</b>								
1A	40,32	2,86	34,58	3,47	39,50	5,35	34,91	3,49
1B	37,05	1,94	33,00	3,85	34,59	5,43	33,28	3,70
2	66,81	11,00	33,19	3,35	36,48	5,38	33,24	3,35
3	47,69	11,70	30,02	3,47	32,04	6,87	30,88	3,94
<b>Model potęgowy</b>								
1A	38,90	3,47	26,38	2,47	28,14	5,66	26,78	2,51

1B	36,58	2,44	25,82	3,06	23,42	6,39	25,85	3,14
2	45,30	3,69	25,39	2,40	22,40	5,21	25,25	2,31
3	42,06	3,39	24,95	2,73	19,28	5,44	24,78	2,56

Źródło: opracowanie własne.

Chcąc sprawdzić wpływ zastosowanych technik obliczania wartości rynkowej na drodze dwuetapowego prognozowania na ostateczne prognozy wartości, wykonano serię testów statystycznych analogicznych jak w przypadku poprawek losowych. Ich wyniki zamieszczono w tabeli 4, wyróżniając wartości statystyk testowych wskazujących na istotność badanej różnicy.

**Tabela 4**

Wyniki testów porównujących wartości rynkowe oraz ich dokładności dla różnych technik ich obliczania

Metoda oceny podobieństwa	Porównanie wartości rynkowych $w_R$ $Z_{tab} = 1,96$						Porównanie odchyłeń standardowych $\sigma(w_R)$					
	$Z_{obl}$ 1-2	$Z_{obl}$ 1-3a	$Z_{obl}$ 1-3b	$Z_{obl}$ 2-3a	$Z_{obl}$ 2-3b	$Z_{obl}$ 3a-b	$F_{obl}$ 1-2	$F_{obl}$ 1-3a	$F_{obl}$ 1-3b	$F_{obl}$ 2-3a	$F_{obl}$ 2-3b	$F_{obl}$ 3a-b
	<b>Model addytywny liniowy</b>											
1A	0,64	0,59	0,58	0,01	0,05	0,03	2,04	<b>2,37</b>	2,04	1,16	1,00	1,17
1B	0,62	0,66	0,68	0,01	0,00	0,01	<b>5,44</b>	<b>4,90</b>	<b>4,36</b>	1,11	1,25	1,12
2	<b>2,53</b>	<b>2,51</b>	<b>2,59</b>	0,01	0,03	0,02	<b>1,96</b>	1,83	<b>2,06</b>	1,07	1,05	1,12
3	0,71	0,71	0,77	0,02	0,06	0,03	1,43	1,24	1,41	1,15	1,01	1,13
	<b>Model addytywny nieliniowy</b>											
1A	<b>3,98</b>	<b>3,78</b>	<b>3,96</b>	0,03	0,03	0,00	<b>2,59</b>	<b>2,90</b>	<b>2,58</b>	1,12	1,00	1,12
1B	<b>3,55</b>	<b>3,40</b>	<b>3,56</b>	0,00	0,03	0,02	1,49	1,69	1,51	1,14	1,02	1,12
2	<b>4,43</b>	<b>4,50</b>	<b>4,52</b>	0,01	0,01	0,00	2,52	<b>2,71</b>	<b>2,80</b>	1,08	1,11	1,03
3	<b>1,99</b>	<b>1,98</b>	<b>1,99</b>	0,01	0,01	0,00	<b>16,76</b>	<b>15,14</b>	<b>15,90</b>	1,11	1,05	1,05
	<b>Model multiplikatywny wykładniczy</b>											
1A	1,28	0,14	1,20	0,77	0,07	0,72	1,04	<b>2,29</b>	1,03	<b>2,38</b>	1,01	<b>2,35</b>
1B	0,94	0,43	0,90	0,24	0,05	0,20	<b>3,50</b>	<b>6,96</b>	3,23	1,99	1,08	2,15
2	<b>2,92</b>	<b>2,48</b>	<b>2,92</b>	0,52	0,01	0,51	<b>18,33</b>	<b>7,11</b>	<b>18,33</b>	<b>2,58</b>	1,00	<b>2,58</b>
3	1,45	1,15	1,36	0,26	0,16	0,15	<b>22,74</b>	<b>5,80</b>	<b>17,64</b>	<b>3,92</b>	1,29	<b>3,04</b>
	<b>Model multiplikatywny potęgowy</b>											
1A	<b>2,94</b>	1,62	<b>2,83</b>	0,28	0,11	0,22	<b>2,73</b>	1,92	<b>2,65</b>	<b>5,25</b>	1,03	<b>5,08</b>
1B	<b>2,75</b>	1,92	<b>2,70</b>	0,34	0,01	0,34	1,26	5,49	1,32	4,36	1,05	4,14
2	<b>4,52</b>	<b>3,59</b>	<b>4,61</b>	0,52	0,04	0,50	<b>2,49</b>	1,89	<b>2,69</b>	<b>4,71</b>	1,08	5,09
3	<b>3,93</b>	<b>3,55</b>	<b>4,07</b>	0,93	0,05	0,91	1,76	2,25	2,00	<b>3,97</b>	1,14	<b>4,52</b>

Źródło: opracowanie własne.

Pierwsze nasuwające się spostrzeżenie dotyczy występowania istotnych różnic między wysokościami samych prognoz wartości rynkowych  $w_R$ , niezależnie od zastosowanego modelu oraz niezależnie od wybranej metody oceny podobieństwa między nieruchomościami. Jednakże warto zauważyć, że w żadnym wypadku nie dotyczy to porównywanych między sobą, prognoz uzyskiwanych przez korektę wartości modelowych. Zdecydowanie odstające od reszty okazały się prognozy wyliczane w postaci średniej z cen rynkowych. Takie wyniki oraz jednocześnie duże zróżnicowanie prognoz uzyskiwanych w ten sposób w obrębie poszczególnych modeli, dla różnych metod oceny podobieństwa – pozwalają przypuszczać, że proces modelowania rynku jest niezbędnym elementem algorytmu wyceny nieruchomości. Pozwala on bowiem na „wygładzenie” danych rynkowych, których zróżnicowanie bywa powodowane wieloma niemierzalnymi lub trudno mierzalnymi czynnikami. Dzięki modelowaniu uzyskujemy bardziej spójne dane rynkowe.

## 5. Podsumowanie i wnioski

Artykuł stanowi kontynuację rozważań nad dwuetapowym algorytmem wyceny nieruchomości, prowadzonych w cyklu publikacji, począwszy od (BARAŃSKA 2007b). Zatem do pełnego zrozumienia idei algorytmu oraz treści tu zamieszczonych niezbędne jest sięgnięcie do wcześniejszych artykułów autorki. W niniejszej pracy zaprezentowano różne warianty wyznaczania poprawki losowej do wartości modelowej nieruchomości oraz ostatecznej prognozy wartości rynkowej w dwuetapowym algorytmie wyceny. Zbadano wpływ zastosowania różnych estymatorów na wyniki estymacji punktowej poprawki losowej oraz wpływ różnych technik obliczeniowych na ostateczną prognozę wartości nieruchomości i na jej dokładność.

Przeprowadzone parametryczne testy statystyczne pozwalają na wyciągnięcie szeregu szczegółowych wniosków na temat poprawki losowej do wartości modelowej oraz na temat końcowej prognozy wartości nieruchomości:

- wyniki estymacji punktowej poprawki losowej nie zależą od techniki jej obliczania; w około 25% przypadków obserwujemy istotne różnice w dokładnościach poprawek losowych – za każdym razem jest to na niekorzyść poprawki losowej wyliczanej jako średnia ważona odchyłek losowych (sposób 2.9) bez uwzględnienia zależności między odchyłkami; ma ona większe odchylenie standardowe,
- technika wyznaczania wartości rynkowej wprost z cen rynkowych może prowadzić do istotnie różnych prognoz wartości rynkowej nieruchomości w stosunku do technik uwzględniających korektę wartości modelowej za pomocą poprawki losowej,
- technika ta należy do najmniej stabilnych spośród czterech rozpatrywanych, w odniesieniu do dokładności wyniku wyceny: mniej więcej tyle samo razy doprowadziła do najmniej dokładnych prognoz wartości rynkowych (37%

przypadków), jak i dała najdokładniejsze wyniki wyceny (31% przypadków),

- za niestabilnością sposobu określania prognozy wartości z cen rynkowych przemawia również fakt, że tylko w obrębie tej techniki, porównania prognoz uzyskanych po zastosowaniu różnych metod oceny podobieństwa lub różnych modeli, uwidaczniają istotne różnice między wartościami rynkowymi nieruchomości,
- wśród technik wykorzystujących poprawkę losową, zbliżone wyniki prognozy wartości rynkowej uzyskujemy dla poprawki w postaci średniej arytmetycznej (2.6) oraz uogólnionej średniej ważonej (2.11); zawężenie macierzy wagowej dla odchyłek losowych do macierzy diagonalnej generuje istotne różnice w dokładnościach ostatecznych prognoz rynkowych,
- wyniki wyceny obarczone największym odchyleniem standardowym są bardzo często związane z małą liczbą nieruchomości uznanych za najbardziej podobne do wycenianej; dotyczy to najczęściej metody 1B, czyli zaostrego kryterium wyboru podobnych na podstawie ustalonej liczby identycznych atrybutów oraz analizy szeregowania nieruchomości (metoda 3); najdokładniejsze wyniki wyceny uzyskujemy prawie zawsze przy uznaniu za najpodobniejsze tych nieruchomości, które mają co najmniej połowę identycznych atrybutów z nieruchomością wycenianą.

## 6. Literatura

- ADAMCZEWSKI Z. 2006. Elementy modelowania matematycznego w wycenie nieruchomości. Podejście porównawcze. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa.
- BARAŃSKA A. 2005. Estymacja parametrów nieliniowych modeli funkcyjnych dla potrzeb predykcji rynkowej wartości nieruchomości. Kraków, UWND AGH, Geodezja, t.2.
- BARAŃSKA A. 2006. Estimation of parameters of multiplicative exponential function model for real estate market value prediction. XXIII FIG Congress "Shaping the Change", Munich, Germany, October 8-13, 2006.
- BARAŃSKA A. 2007a. Statistical verification of real estate estimation models. FIG Working Week 2007 "Strategic Integration of Surveying Services", Hong Kong SAR, China, 13-17 May 2007.
- BARAŃSKA A. 2007b. Dwuetapowy model wyceny nieruchomości. Studia i materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, v. 15, nr 3-4, Olsztyn.
- BARAŃSKA A. 2007c. *Comparing the results of function model estimation for the prediction of real estate market values in additive and multiplicative form.* Kraków, UWND AGH, *Geomatics and Environmental Engineering*, v. 1, no 3.
- BARAŃSKA A. 2007d. Metody jakościowe i ilościowe na usługach wyceny nieruchomości. XX Jubileuszowa Jesienna Szkoła Geodezji im. Jacka Rejmana, Polanica Zdrój, 16-18 września 2007.



- BARAŃSKA A. 2008. Jakościowo - ilościowe metody rynkowej wyceny nieruchomości. *Studia i materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości*, v. 16, nr 3, Olsztyn.
- BARAŃSKA A. 2009. Qualitative and quantitative methods for assessing the similarity of real estate. "Value In the process of Real estate management and land administration", scientific monograph, Towarzystwo Naukowe Nieruchomości, Olsztyn.
- BARAŃSKA A. 2010a. Modele multiplikatywne w procesie wyceny nieruchomości. *Studia i materiały Towarzystwa Naukowe Nieruchomości* v.18, nr 1, Olsztyn.
- BARAŃSKA A. 2010b. Different methods for assessing the similarity of real estate in two-stage estimation algorithm based on multiplicative functions. Facing the Challenges - Building the Capacity, XXIV FIG International Congress 2010, Sydney, Australia, 11-16 April 2010.
- BARAŃSKA A. 2010c. Statystyczne metody analizy i weryfikacji proponowanych algorytmów wyceny nieruchomości. *Rozprawy i monografie Wydawnictwa AGH, Kraków*.
- CZAJA J., PARZYCH P. 2007. *Szacowanie rynkowej wartości nieruchomości w aspekcie międzynarodowych standardów wyceny*. Kraków, Wydawnictwo Stowarzyszenia Naukowego im. ST. Staszica.
- CZAJA J., PREWEDA E. 2000. *Analiza statystyczna zmiennej losowej wielowymiarowej w aspekcie korelacji i predykcji*. Kraków, UWND AGH, Geodezja, t.2.
- CZAJA J. 2001. *Metody szacowania wartości rynkowej i katastralnej nieruchomości*. Kraków.
- KRYSICKI W. i in. 1986. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach*. PWN, Warszawa.
- RADHAKRISHNA RAO C. 1982. *Modele liniowe statystyki matematycznej*. PWN, Warszawa.

## RELIABILITY OF THE REAL ESTATE MODEL VALUE

**Anna Barańska**

*Department of Geomatics  
AGH University of Science and Technology  
e-mail: abaran@agh.edu.pl*

**Key words:** *multidimensional modelling of real estate market, model value, random deviation, random correction, market value*

### Abstract

The work will present and compare different methods of calculating the random correction aiming to achieve a reliable value of the real estate, obtained using multidimensional function models. The reliability is achieved by approaching the model value to the real market prices obtained on the market for the real estates most similar to the estimated object. The idea of this method is based on the relation:

$$\delta = C - W, \quad (0.1)$$

meaning, that the random deviation  $\delta$  it is the difference between the observed value  $C$  and the model value  $W$  of the dependent random variable, for example – a real estate price. Then, to obtain the real estate value nearer to the real one, we can add to the model value the correction determined from the model random deviations:

$$w_R = w_M + w_L \quad (0.2)$$

where:

$$w_L = f(\delta)$$

$w_R$  – market value of the real estate,

$w_M$  – model value of the real estate,

$w_L$  – random correction to the model value.

This random correction can be determined in different ways. However, it must take into account the deviations of these real estates which attributes are the most similar to the attributes of the real estate under estimation.

The idea of the method consists in bringing the real estate values as close as possible to the real market prices. This condition is fulfilled for three considered variants of calculating the final prediction of the market value:

- 1) Mean of the market prices of selected real estates, for which the random deviations satisfy the required criterion,
- 2) Model value revised by random correction, determined as arithmetic mean of random deviations for selected real estates,
- 3) Model value revised by random correction, determined as weighted mean of random deviations, corresponding to the most similar real estates:
  - 3a) diagonal weight matrix,
  - 3b) weight matrix as the inverse of random deviations covariance matrix.

The work will include the examples of estimating the random correction and the real estate market value together with the results of parametric tests of significance, comparing the results of the market value prediction (corrected model value) depending on the diversification of the random correction values.



# ZASTOSOWANIE W MODELACH REGRESJI WIELORAKIEJ WARTOŚCI CZYNNIKOWYCH DO ANALIZY RYNKU NIERUCHOMOŚCI

**Janusz Dąbrowski**

*Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Jarosławiu*

*im. ks. Bronisława Markiewicza*

*e-mail: geo-staszic@wp.pl*

**Słowa kluczowe:** *analiza czynnikowa, wartości czynnikowe, atrybuty globalne.*

## **Streszczenie**

Analiza rynku i szacowanie rynkowej wartości nieruchomości w oparciu o jedną zmienną niezależną, jaką jest czas niesie za sobą ściśle określone konsekwencje. Korzystając z tak zdefiniowanego modelu zakładamy, że wszystkie informacje zawarte są w cenie nieruchomości. Model zbudowany w ten sposób jest prosty w budowie i interpretacji. Do jego wad można zaliczyć stosunkowo małą odporność na zmiany trendu. Alternatywnym rozwiązaniem zwłaszcza w czasach dynamicznych zmian w gospodarce jest model regresji wielorakiej oparty na wartościach czynnikowych. Grupę kilku czynników, w praktyce 4-7, opisujących otoczenie gospodarcze rynku nieruchomości możemy zastąpić jednym analitycznym czynnikiem. Prognoza i analiza rynku zbudowana w oparciu o takie założenia wstępne pozwala na dywersyfikację ryzyka wykonania błędnej prognozy. Zasadność tak zbudowanego modelu możemy potwierdzić wykonując pełną analizę wariancji wraz interpretacją graficzną przebiegu funkcji. Modele zbudowano w oparciu o dane pochodzące z badań przeprowadzonych w latach 2007-2009 (DĄBROWSKI 2009).

## **1. Wprowadzenie**

Teoretyczną podstawę badań stanowiła branżowa literatura dla rzeczoznawców majątkowych (CZAJA PARZYCH 2007; ŻRÓBEK ŻRÓBEK 1996; KUCHARSKA-STASIAK 2007) i ekonomistów (BEGG i in. 2007; GRABSKI 1928; HÜBNER i in. 1994; JAJUGA 2006). Wielu autorów w publikacjach wydanych po dwutysięcznym roku, dostrzega konieczność poszerzenia listy zmiennych, które powinny się znaleźć w przestrzeni badawczej tzw. otoczenia rynku nieruchomości. Idąc naprzeciw różnym sugestiom i postulatom badając rynek nieruchomości w latach 1999-2008 przeanalizowano 205 różnego typu wskaźników gospodarczo-społecznych, makroekonomicznych i oddziaływujących na rynek nieruchomości. Wyniki badań w pełni potwierdziły zasadność uwzględniania w analizie rynku nieruchomości całej gamy czynników gospodarczych: regionu, Polski, Europy i świata. W pracy do selekcji i ograniczenia liczby zmiennych zastosowano analizę czynnikową, ostatecznie zastępując kilkadziesiąt czynników jednym syntetycznym

czynnikiem. Metodę i algorytm postępowania przy wyborze parametrów globalnych autor przedstawił na XIX Konferencji TNN (DĄBROWSKI 2009).

W artykule autor przedstawia algorytm budowy i weryfikacji modelu statystycznego zbudowanego w oparciu o wartości czynnikowe. Dla przedstawionego tematu pracy autor sformułował następującą tezę:

**„Analiza rynku i szacowanie rynkowej wartości nieruchomości w oparciu o wartości czynnikowe przy zastosowaniu regresji wielorakiej daje szersze możliwości uwzględnienia gospodarczego otoczenia rynku nieruchomości niż klasyczne metody.”**

W ramach rozwinięcia postawionej tezy autor przedstawił w publikacji proces budowy i weryfikacji zbudowanego modelu, a także oceny wiarygodności badanego modelu statystycznego. Dzięki odpowiedniemu doborowi zmiennych zależnych (cen transakcyjnych nieruchomości) do analizy przyjęto tylko nieruchomości z rynku krakowskiego, dla których różnice w wartościach atrybutów lokalnych uznano za nieistotne.

## **2. Weryfikacja modeli statystycznych zbudowanych w oparciu o wartości czynnikowe**

W tabeli 1 zestawiono reszty dla trzech modeli opartych na wartościach czynnikowych. W każdym kolejnym modelu mamy mniej o jeden rozpatrywany atrybut. Z uwagi na zbyt małą liczbę danych uzyskano tylko jeden czynnik dla wszystkich modeli. Wbrew przewidywaniom model trzeci jest bardziej wiarygodny niż model drugi, który posiada o jedną zmienną więcej. Dowodzi to, że dodawanie atrybutów może osłabić model pomimo, że atrybut wydaje się być istotny. W rozpatrywanych modelach atrybut *ludność ogółem* osłabił model. Poniższy przykład pokazuje, że nawet przy małej liczbie obserwacji, analiza czynnikowa umożliwia zamianę kilku atrybutów globalnych na jeden syntetyczny i jest dobrym narzędziem prognostycznym. Wyniki zawarte w tabeli pozwalają uznać reszty modelu pierwszego za mniejsze niż modelu porównawczego. Podstawową zaletą analizy czynnikowej jest zastąpienie wielu zmiennych jedną lub kilkoma syntetycznymi zmiennymi.

W przypadku modeli rozpatrywanych wcześniej można rozważać wpływ zjawiska autokorelacji na model i jego wiarygodność. Wielu statystyków opisujących zjawiska ekonomiczne często wykorzystuje modele autokorelacyjne z dobrym skutkiem w swoich badaniach. W pracach inżynierskich zazwyczaj autokorelacja postrzegana jest, jako zjawisko negatywne. Zastosowanie syntetycznych czynników sprawia, że rozważania na temat autokorelacji, jej pozytywnego lub negatywnego skutku na wyniki obliczeń stają się bezprzedmiotowe. Syntetyczne czynniki uzyskane w analizie czynnikowej są z definicji względem siebie ortogonalne.

Poniżej zestawiono reszty dla modeli zbudowanych o syntetyczne wartości czynnikowe. Różnią się one między sobą tylko liczbą atrybutów bazowych.

Tabela 1

Zestawienie reszt dla modeli zbudowanych w oparciu o wartości czynnikowe

Modele statystyczne zbudowane w oparciu o wartości czynnikowe wyliczone na podstawie następujących atrybutów globalnych				
Data w miesiącach	103-321-501-628-634	321-501-628-634	321-628-634	Reszta CZAS
Reszty w zł dla wybranych modeli				
30	177	299	293	33
29	337	441	424	240
28	19	76	25	87
27	-243	-213	-291	-46
26	86	84	28	251
25	-130	-167	-186	-32
23	125	43	60	81
22	81	-9	-10	88
21	-115	-153	-130	-125
20	-118	-130	-109	-88
19	34	53	106	-1
18	84	111	189	-14
15	-349	-321	-239	-443
14	-355	-368	-298	-446
13	-299	-385	-365	-299
12	-29	-132	-100	-122
11	0	-103	-88	-75
9	196	175	176	179
8	179	212	215	176
7	125	182	177	133
5	116	168	122	176
2	56	118	76	127
0	23	20	-75	121
Minimum	-355	-385	-365	-446
Maksimum	337	441	424	251
Średnia	0	0	0	0
Mediana	34	43	25	33
Odch.stan.	182	212	202	193
Śr. wart. bezwzgl. reszt	142	172	164	147
Suma (reszt) <sup>2</sup> /1000	727	993	897	818
Śr. wart. bezwzgl.	97%	117%	112%	100%

reszt				
Suma (reszt) <sup>2</sup> /1000	89%	121%	110%	100%
Nr modelu	1	2	3	4

Oznaczenia użytych wskaźników:

103 - Stopa bezrobocia (Polska) wg GUS w %.

321 - Indeks Divisia M3 dla agregatów monetarnych wg. NBP - KURS.

501 - Liczba emigr. do UE wg The Wall Street Journal Polska (VII 08) w mln osób

628 - Średnia OFE opracowanie własne; w zł

634 - WIG wg. z serwisu Money.pl <http://www.money.pl>; w pkt.

Źródło: opracowanie własne.

W świetle wyników zawartych w tabeli nr 1 można stwierdzić nieznaczną (kilku procentową) przewagę modelu pierwszego nad modelem porównawczym (czwartym). Atrybuty globalne użyte do budowy modelu statystycznego spełniają wiele wymagań stawianych modelowi teoretycznemu. Użyte w modelu zmienne w znaczący sposób opisują otoczenie rynku nieruchomości i spełniają warunek ortogonalności zmiennych niezależnych (OWSIĄK 2001; KAMERSCHEN, I IN. 1991). Wartości współczynników skorygowanego R<sup>2</sup>, zamieszczone w tabeli 2, potwierdzają dobre dopasowanie modelu pierwszego (103-321-501-628-634) do wartości obserwowanych.

**Tabela 2**

Statystyki podsumowujące

Statystyki podsumowujące dla wartości czynnikowych				
Nr wskaźników społ.-gospod.	103-321-501-628-634	321-501-628-634	321-628-634	CZAS
R wielorakie	0,9825	0,976	0,9784	0,9803
Wielorakie R <sup>2</sup>	96,50%	95,30%	95,70%	96,10%
<b>Skorygowane R<sup>2</sup></b>	<b>96,40%</b>	<b>95,00%</b>	<b>95,50%</b>	<b>95,90%</b>
Błąd std. estymacji	186	217	207	197
F(x,y)	584	422	470	517
X	1	1	1	1
Y	21	21	21	21
Nr modelu	1	2	3	5

Źródło: opracowanie własne.

Tabela nr 3 zawarta poniżej zawiera statystyki współczynników regresji. Największa wartość statystyki *F-Fishera* również przyczyniła się do przyjęcia modelu pierwszego do dalszych obliczeń. Również i te statystyki potwierdzają dobre walory prognostyczne modelu pierwszego.

Tabela 3

## Współczynniki regresji i ich statystyki

Nr modelu	Podsumowanie regresji z wartością czynnikową zmiennej zależnej - cena 1 m2 nieruchomości lokalowych dla miasta Krakowa						
		BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(17)	poziom p
1	W. wolny			6366,97	39,49	161,2	0,0000
	103-321-501-628-634	-0,9825	0,0406	-965,54	39,95	-24,2	0,0000
		BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(21)	poziom p
2	W. wolny			6364,84	46,17	137,9	0,0000
	321-501-628-634	-0,976	0,0475	-970,12	47,2	-20,6	0,0000
		BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(21)	poziom p
3	W. wolny			6368,1	43,85	145,2	0,0000
	321-628-634	-0,9784	0,0451	-962,75	44,42	-21,7	0,0000
		BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(21)	poziom p
4	W. wolny			4758,79	88,63	53,7	0,0000
	Czas	0,9803	0,0431	106,95	4,7	22,7	0,0000

Źródło: opracowanie własne

Wartości współczynnika *BETA* dla modelu drugiego i trzeciego są minimalnie mniejsze od wartości modelu porównawczego. W tabeli 3 możemy porównywać bezpośrednio wartości *BETA*, ponieważ mamy taką samą liczbę zmiennych niezależnych dla wszystkich badanych modeli.

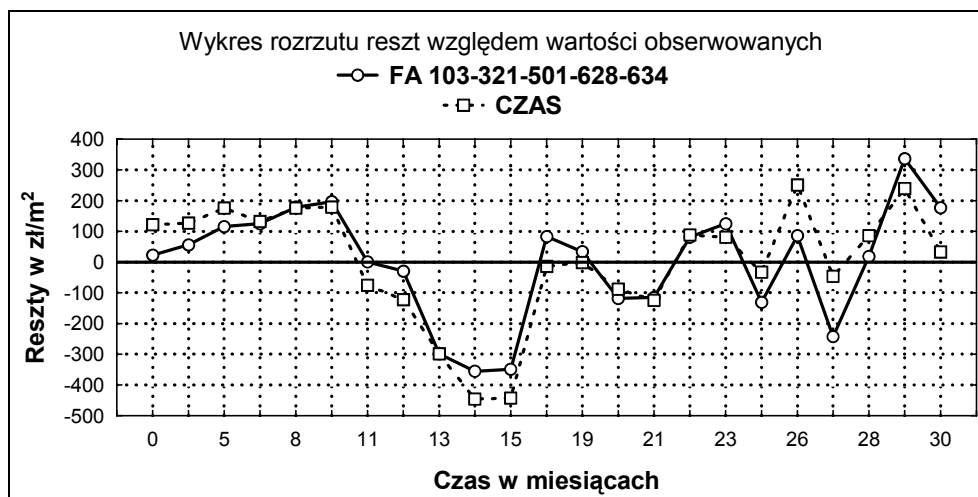
Wykresy nr 1 i 2 rozrzutu reszt pokazują, że oba modele są do siebie bardzo zbliżone, jeżeli chodzi o wartości reszt i przebieg funkcji. Możliwość zamiany kilku atrybutów opisujących stan gospodarki na jeden syntetyczny dający lepsze wyniki niż dotychczas stosowana procedura pozwala przypuszczać, że metoda ta może znaleźć zastosowanie w pracach badawczych. Zdaniem autora zaproponowany model nie znajdzie zastosowania praktycznego z uwagi na nieproporcjonalny nakład pracy w stosunku do niewielkiej poprawy wiarygodności modelu w porównaniu do modelu bazowego. Porównując model zbudowany w oparciu o syntetyczne czynniki z modelem tradycyjnym można stwierdzić bardzo dużą zgodność, co do przebiegu funkcji i punktów załamań.

Uzależnienie prognozy od kilku zmiennych publikowanych przez wiarygodne niezależne źródła może znacznie zmniejszać niedokładność prognozy wartości nieruchomości.

Rysunki nr 1 i 2 obrazują wartości reszt i ich wartości bezwzględne dla modelu zbudowanego w oparciu o wartości czynnikowe i dla modelu porównawczego. Z przebiegu funkcji jednoznacznie widać większą wiarygodność zaproponowanego modelu zbudowanego w oparciu o syntetyczne wartości czynnikowe (linia ciągła) niż dla modelu porównawczego. Praktycznie na większej



części przebiegu funkcji model porównawczy posiada większe wartości reszt i położony jest dalej od bazowej osi. Zestawienie reszt i statystyk zawartych w tym artykule pozwala na stwierdzenie nieznacznie wyższej istotności statystycznej modelu wykorzystującego syntetyczne wartości czynnikowe nad modelem wykorzystującym upływ czasu.



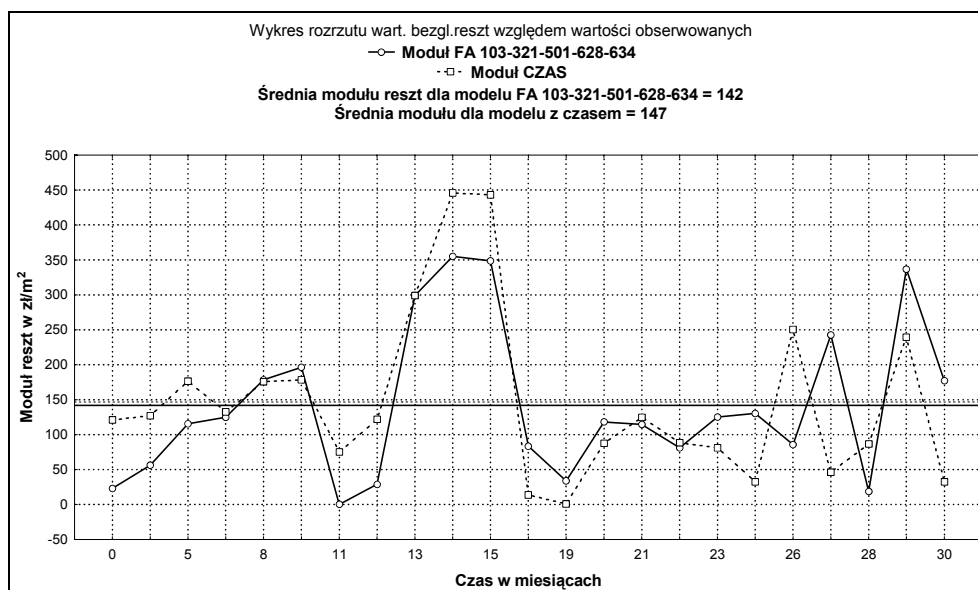
Rys. 1. Wykres rozrzutu reszt. Źródło: opracowanie własne.

### 3. Podsumowanie

Za stosowaniem modelu zbudowanego w oparciu o wartości syntetyczne na bazie analizy czynnikowej przemawiają następujące argumenty:

- syntetyczne wartości czynnikowe są obliczane z pominięciem zmiennej zależnej, przez co nabierają charakteru uniwersalnego,
- posługiwanie się danymi wartościami syntetycznymi jest proste do stosowania i nie nastęrcza trudności interpretacyjnych,
- wartości syntetyczne mogą stanowić index oddziaływania gospodarki na rynek nieruchomości,
- zmienne w oparciu, o które wykonujemy obliczenia wartości współczynników syntetycznych są zazwyczaj publikowane wraz z ich prognozą na najbliższe miesiące, przez co prognoza jest bardziej wiarygodna.

Za odrzuceniem modelu zbudowanego o wartości syntetyczne przemawia stosunkowo nieduży przyrost wiarygodności modelu przy równoczesnym znaczącym wzroście pracochłonności.



Rys.2. Wykres rozrzutu wartości bezwzględnych reszt. Źródło: opracowanie własne.

#### 4. Literatura

- BEGG D., FISHER S., DORNBUSH R. 2007. *Makroekonomia*. PWE, str.19.
- CZAJA J., PARZYCH P. 2007. *Szacowanie rynkowej wartości nieruchomości w aspekcie Międzynarodowych Standardów wyceny*. Stowarzyszenie Naukowe im. Stanisława Staszica, Kraków.
- DĄBROWSKI J., 2009 *Zastosowanie metod i algorytmów statystycznych do wyznaczenia parametrów globalnych...* Studia i Materiały TNN. Olsztyn.
- FERGUSON G. A., TAKANE Y. 1997. *Analiza statystyczne w psychologii i pedagogice*. Wydawnictwo Naukowe PWN s. 149.
- GRABSKI W. 1928. *Koniunktura, kryzys i rozwój gospodarczy*. Wyd. Wyszynski i S-ka, Warszawa.
- HÜBNER A.F i in. 1994. *Koniunktura gospodarcza*. PWE. Warszawa.
- JAJUGA K. 2006. *Podstawy inwestowania na Giełdzie Papierów Wartościowych*. GWP. Warszawa.
- KAMERSCHEN, McKENZIE, NARDINELLI, 1991. *Ekonomia*. Fundacja Gospodarcza NSZZ „Solidarność”, Gdańsk 1991, str. 421.
- KUCHARSKA-STASIAK E. 2007. *Wartość rynkowa dla optymalnego sposobu wykorzystania*. Studia i Materiały TNN, vol 15 No 1-2, Olsztyn 2007
- OWSIAK S. 2001. *Finanse publiczne teoria i praktyka*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa.

ŻRÓBEK R., ŻRÓBEK S. 1996. Metoda cenowo-porównawcza w szacowaniu nieruchomości. Wycena nr 3/96. Olsztyn.

\*\*\*\*\*

## THE USE OF FACTORIAL VALUES IN THE MULTIPLE REGRESSION MODELS FOR THE ANALYSIS OF THE MARKET OF THE REAL ESTATE

**Janusz Dąbrowski**

*The State School of Higher Vocational Education in Jarosław*

e-mail: *geo-staszic@wp.pl*

**Key words:** *factor analysis, factor scores, global attributes.*

### **Abstract**

Market analysis and estimating the market value of the real estate based on one independent variable which is time has very specific consequences. Using the so-defined model, we assume that all information is contained in the price of real estate, and other relevant information the appraiser may take into account in the coefficient of an expert. The model built in this way has a simple construction and interpretation. Its drawbacks include a relatively low resistance to change in the trend. Alternatively, especially in times of dynamic change in the economy there is a multiple regression model based on the factorial values. The group of several factors, in practice, 4-7, describing the economic environment of the real estate market, can be replaced with one analytical factor. Prediction and analysis of the market built on the basis of such initial assumptions allows to diversify the risk of the implementation of an incorrect prediction. The rationale of the model built in this way can be confirmed by following the full analysis of variance with the graphic interpretation of the course of functions. The models were built based on data from surveys conducted in 2007-2009 (DĄBROWSKI 2009).

# PRZESTRZENNA ANALIZA WARSZAWSKIEGO (WTÓRNEGO) RYNKU MIESZKANIOWEGO

**Mariola Chrzanowska**

*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie*

*Katedra Ekonometrii i Statystyki*

*e-mail: mariola\_chrzanowska@sggw.pl*

**Słowa kluczowe:** *geograficznie ważona regresja (GWR), warszawski rynek nieruchomości, regresja wielokrotna*

## **Streszczenie**

Na rynku mieszkaniowym zachodzi wiele relacji, które można modelować za pomocą metod ilościowych. W literaturze najczęściej wartość nieruchomości opisywana jest przy pomocy modelu regresji wielorakiej, w którym wartość nieruchomości jest sumą pewnego wyrazu stałego oraz ilościowo określonych wpływów poszczególnych cech. Model ten, choć znany i powszechnie stosowany w praktyce, nie uwzględnia jednak informacji o lokalizacji obiektów. Wydaje się zatem zasadne do wyceny nieruchomości wprowadzić modele, które będą uwzględniać zależności przestrzenne.

W artykule zaprezentowano jedną z metod uwzględniających zależności przestrzenne geograficznie ważoną regresję (GWR). Metodę tę wykorzystano do badania 300 mieszkań sprzedanych w III kwartale 2010 roku, Otrzymane wyniki porównano z obliczeniami uzyskanymi za pomocą regresji wielorakiej.

## **1. Wprowadzenie**

Sektor nieruchomości jest ważnym elementem systemu finansowego. Wybrane instytucje zajmują się badaniem i analizą rynku nieruchomości, śledzą tendencje popytu oraz podaży. Właściwa wycena nieruchomości jest bowiem kluczowym elementem każdej transakcji kupna-sprzedaży. Rzetelne badanie prawidłowości występujących na rynku a w konsekwencji odpowiedni dobór zmiennych diagnostycznych ma znaczący wpływ na jakość i wiarygodność przeprowadzonej analizy. W trakcie badań należy pamiętać również o istnieniu lokalnych rynków nieruchomości, których poziom może znacznie różnić się od średniego poziomu występującym w danym regionie.

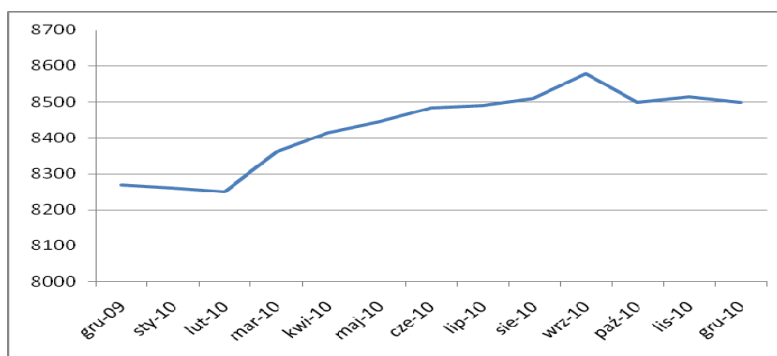
Metody ilościowe można rozpatrywać dwojako: zarówno przy wycenie indywidualnej nieruchomości, jak i masowej wycenie nieruchomości na danym rynku. W opisanych w literaturze (por (CYMERMAN, HOPFER 2003,2005)) metodach

wyceny indywidualnej nieruchomości wykorzystuje się statystyczną analizę rynku nieruchomości<sup>8</sup>. Do masowej wyceny nieruchomości zaleca się stosowanie ekonometrycznych modeli związków (modele cen transakcyjnych). W tym podejściu wartość nieruchomości jest sumą pewnego wyrazu stałego oraz ilościowo określonych wpływów poszczególnych cech (ZELIAŚ 2006). Te modele, choć znane i powszechnie stosowane w praktyce<sup>9</sup>, nie uwzględniają jednak informacji o lokalizacji obiektów, której znaczenie podkreśla się w literaturze. Wydaje się zasadne do masowej wyceny nieruchomości wprowadzić modele, które będą uwzględniać zależności przestrzenne.

Celem pracy jest porównanie wyników badań warszawskiego rynku mieszkaniowego z uwzględnieniem i bez uwzględnienia lokalizacji obiektu.

## 2. Warszawski rynek nieruchomości

Warszawski rynek nieruchomości uważany jest za rynek, który najszybciej spośród rynków nieruchomości dużych aglomeracji miejskich reaguje na sygnały docierające z gospodarki. W analizowanym okresie grudzień 2009-grudzień 2010 najniższą cenę za m<sup>2</sup> (8250 zł) zanotowano w lutym 2010 natomiast najwyższą średnią cenę za m<sup>2</sup> (8580 zł) zanotowano we wrześniu 2010. Średnie miesięczne ceny za m<sup>2</sup> nieruchomości wzrosły o 2,8% w porównaniu z grudniem 2009. Jest to wartość nieznacznie przekraczająca poziom inflacji, co sugeruje stabilność ceny na warszawskim rynku nieruchomości. (Rysunek 1).



**Rys. 1.** Średnie ceny metra kwadratowego na warszawskim rynku wtórnym.

Źródło: Raport Szybko.pl i Expandera Analiza wtórnego rynku nieruchomości  
Podsumowanie roku 2010 i prognoza na rok 2011 s. 8.

Bardziej szczegółowa analiza danych przestrzennych z I kwartału 2010 roku potwierdza, że lokalizacja jest czynnikiem silnie determinującym średnią cenę

<sup>8</sup> Omówienie zaawansowanych metod statystycznej analizy rynku nieruchomości znaleźć można w pracy (CZAJA, LIGAS 2010).

<sup>9</sup> Szerokie spektrum stosowania modeli liniowych wynika prawdopodobnie z prostoty obliczeń oraz dobrze opracowanej metody obliczeń oraz prostoty ich budowania (por. ZELIAŚ 2006)

mieszkań na rynku wtórnym w Warszawie. Najdroższą dzielnicą Warszawy jest Śródmieście gdzie średnia cena za metr na rynku wtórnym wynosi 13 021. Nieco mniejszą wartość ma średnia cena na Mokotowie. W tej dzielnicy na rynku wtórnym średnia cena za m<sup>2</sup> wynosi 10 032 zł. Najniższą średnią cenę za m<sup>2</sup> (6970 zł) zanotowano dla dzielnicy Wesoła. Dzielnicą, których średnia cena za m<sup>2</sup> (w I kwartale 2010 jest zbliżona do średniej dla całej Warszawy są Włochy. Warto również zauważyć, że średnia cena za m<sup>2</sup> lewobrzeżnych dzielnic Warszawy jest wyższa niż w dzielnicach prawobrzeżnych (Rysunek 2.).



**Rys. 2.** Średnie ceny mieszkań na rynku wtórnym w Warszawie.

Źródło: [warszawacity.com/ceny-mieszkan,warszawa,rynek-pierwotny-wtorny.html](http://warszawacity.com/ceny-mieszkan,warszawa,rynek-pierwotny-wtorny.html) (z dnia 20 grudnia 2010).

### 3. Opis badania

Badaniem objęto grupę 324 ofert mieszkaniowych notowanych na warszawskim rynku wtórnym w IV kwartale 2010 roku. Każde mieszkanie opisane zostało przez następujące zmienne:

- transakcyjna cena mieszkania w zł ( $Y$ ),
- powierzchnia w metrach kwadratowych ( $X_1$ ),
- ofertowa cena za metr kwadratowy w zł ( $X_2$ ),

- standard wyposażenia (0-podstawowe; 1-przeciętne, 2-komfortowe, 3-ekskluzywne) ( $X_3$ ),
- numer piętra, na którym znajduje się mieszkanie ( $X_4$ ),
- liczba kondygnacji ( $X_5$ ),
- liczba pokoi ( $X_6$ ),
- rok budowy nieruchomości ( $X_7$ ),
- liczba sypialni ( $X_8$ ),
- rodzaj kuchni (aneks kuchenny lub kuchnia oddzielna) ( $X_9$ ),
- występowanie balkonu ( $X_{10}$ ),
- występowanie piwnicy ( $X_{11}$ ),
- występowanie windy ( $X_{12}$ ),
- otoczenie lokalizacji ( $X_{13}$ ) (0-głośne, 1-umiarkowanie głośne, 2-średnie, 3-umiarkowanie ciche, 4-ciche),
- ocena stanu technicznego ( $X_{14}$ ) opisana wariantami 0-do remontu, 1-średni, 2-do odświeżenia, 3-dobry, 4-bardzo dobry,
- dostęp do komunikacji publicznej ( $X_{15}$ ) opisany wariantami 0-słaby; 1-średni, 2-dobry, 3-bardzo dobry,
- miejsce parkingowe/garaż przydzielony do nieruchomości ( $X_{16}$ ),
- technologię wykonania budynku ( $X_{17}$ ),
- lokalizacja mieszkania opisana za pomocą współrzędnych geograficznych ( $L$ ).

W pierwszym etapie z dalszych badań wykluczono dwadzieścia jeden mieszkań, które zawierały niepełne informacje. Z dalszych analiz wykluczono również trzy mieszkania, których standard określono jako ekskluzywny. Następnie wyznaczono estymatory parametrów dla klasycznego modelu regresji wielorakiej oraz zweryfikowano jakość oszacowanego modelu. W dalszym etapie wyznaczono parametry geograficznie ważonej regresji. Na zakończenie przedstawiono porównanie wyników uzyskanych za pomocą klasycznej metody (regresji wielorakiej) z wynikami analizy modeli przestrzennych.

#### 4. Opis metod

##### 4.1. Regresja wieloraka

Najpopularniejszym modelem masowej wyceny nieruchomości jest model regresji wielorakiej. Poza spełnieniem „klasycznych” zasad stosowanych przy budowie modelu ekonometrycznego (THEIL 1979) dodatkowo zakłada się wypełnienie następujących warunków (HOZER 2001):

- baza danych musi być kompletna i zupełna,
- istnieją uzasadnione merytoryczne przesłanki do wyboru odpowiednich (istotnych) zmiennych objaśniających,
- mierzalne zmienne objaśniające wykorzystane w modelu są statystycznie istotne,
- zmienne objaśniające cechuje duża zmienność,

- w modelu uwzględnione są bezpośrednio wszystkie zmienne objaśniające;
  - model posiada odpowiednią postać analityczną,
  - relacje pomiędzy zmiennymi uwzględnionymi w modelu cechuje stabilność.
- Ogólnie postać liniowego (lub logarytmiczno-liniowego) modelu ekonometrycznego zapisuje się za pomocą wzoru:

$$Y = \sum_{j=0}^k \alpha_j X_j + \varepsilon \quad (1)$$

gdzie:

- $X_j$  - zmienne objaśniające w modelu,  $X_0$  - zmienna tożsamościowa,  
 $\alpha_j$  - parametry modelu (1), które estymuje się za pomocą metody najmniejszych kwadratów lub w zapisie macierzowym

$$\mathbf{y} = \mathbf{a}\mathbf{X} + \varepsilon \quad (2)$$

gdzie:

- $\mathbf{y}$  - wektor obserwowanych,  $\mathbf{X}$  - macierz zmiennych objaśniających,  $\mathbf{a}$  - wektor szacowanych parametrów strukturalnych modelu,  $\varepsilon$  - wektor zakłóceń modelu:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

Parametry modelu liniowego z  $k$  zmiennymi objaśniającymi szacuje się m.in. za pomocą metody najmniejszych kwadratów (MNK). W tej metodzie wyznacza się takie oceny  $a_1, a_2, \dots, a_k$  parametrów  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , dla których funkcja kwadratowa

$$f(a_1, a_2, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n (y_i - a_1 - a_2 x_{i2} - \dots - \alpha_k x_{ik})^2 \quad (3)$$

osiąga wartość najmniejszą.

W praktyce wykorzystuje się zapis macierzowy:

$$\mathbf{a}_{\text{MNK}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4)$$

gdzie:  $\mathbf{a}_{\text{MNK}}$  wektor oszacowań parametrów  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$

Weryfikację zbudowanego modelu przeprowadza się pod względem merytorycznym i statystycznym. Weryfikacja merytoryczna oszacowanego modelu obejmuje badanie zgodności znaków ocen parametrów z wiedzą



ekonomiczną o badanym zjawisku oraz interpretację i analizę ocen parametrów modelu. Do oceny modelu wykorzystuje się również błąd resztowy  $s_e$  oraz współczynnik determinacji  $R^2$ . Więcej na temat funkcji regresji znaleźć można w pracy: (THEIL 1979).

#### 4.2. Geograficznie ważona regresja

Geograficznie ważona regresja (GWR) jest jedną z metod wstępnej analizy danych przestrzennych, a co za tym idzie jedną z podstawowych technik statystyki przestrzennej. Stanowi rozwinięcie klasycznej regresji wielorakiej, uwzględniając dodatkowo występowanie zakłóceń przestrzennych (heterogeniczności i niestacjonarności przestrzennej) analizowanego zjawiska. W przeciwieństwie do klasycznej regresji (gdzie konstruuje się jeden model dla wszystkich obiektów) w tej metodzie dla każdego obiektu konstruuje się odrębny model regresji. Dodatkowo, podczas budowy modelu, uwzględnia się tzw. macierz wag, opisaną za pomocą wzoru (5).

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & & \dots \\ 0 & \dots & w_{ik} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Elementy macierzy opisane są najczęściej za pomocą wzoru (6):

$$w_{ij} = e^{\left(\frac{-d_{ij}^2}{h^2}\right)} \quad (6)$$

gdzie:  $w_i$  -element macierzy sąsiedztwa;  $h$ -parametr opóźnienia;  $d_{ij}$  - odległość pomiędzy  $i$ -tym i  $j$ -tym obiektem.

Parametry modelu ważonej geograficznie regresji są szacowane przy użyciu ważonej metody najmniejszych kwadratów dla  $i$ -tego obiektu o współrzędnych geograficznych  $d_i, s_i$ :

$$\alpha(d_i, s_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}_i \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}_{(i)} \mathbf{y} \quad (7)$$

Wartości teoretyczne dla każdego obiektu otrzymuje się poprzez kombinację liniową zmiennych niezależnych:

$$y_i = \mathbf{x}_i^T \cdot \alpha(d_i, s_i) \quad (8)$$

Na podstawie tak wyznaczonych parametrów można obliczać standardowe miary dopasowania modelu w tym błąd resztowy, współczynnik determinacji. Więcej informacji na temat GWR znaleźć można m. In. w pracach (FOTHERINGHAM I INNI 2002) oraz (BRUNSDON I INNI 1996).

## 5. Wyniki eksperymentu

W pierwszym etapie badania metodą krokowej eliminacji zmiennych oszacowano parametry liniowej regresji. W rezultacie uzyskano model z wszystkimi istotnymi statystycznie parametrami dla zmiennych<sup>10</sup>:  $X_1$ -powierzchnia w m<sup>2</sup>,  $X_2$ -ofertowa cena za m<sup>2</sup>,  $X_5$ -liczba kondygnacji,  $X_6$ -liczba pokoi,  $X_7$ -rok budowy,  $X_{16}$ -garaż/miejsce parkingowe. Szczegółowe wyniki zaprezentowano w tabeli nr 1.

Tabela 1

Wyniki oszacowań parametrów regresji wielorakiej

	Stała	$X_1$	$X_2$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_{16}$
Współczynnik (błąd statystyczny)	0,00 (0,00)	525,66 (249,11)	60,48 (3,59)	-5748,65 (3096,22)	175604 (8178,99)	-1024,36 (327,30)	18249,1 (9216,72)
Statystyka $t$	-3,84	2,11	16,81	-1,86	21,47	3,13	1,98
Poziom $p$	0,00	0,01	0,00	0,1	0,00	0,00	0,05

Źródło: obliczenia własne.

Wysokie wartości estymatorów wynikają z różnic poziomu wartości pomiędzy ceną transakcyjną a pozostałymi zmiennymi. Wszystkie oszacowania parametrów funkcji mają sensowną interpretację (przy założeniu *ceteris paribus*). Cena lokalu wzrasta średnio o 525,66 zł, jeśli powierzchnia lokalu zwiększy się o 1 m<sup>2</sup>. Jeśli ofertowa cena za m<sup>2</sup> zwiększy się o 1 zł to cena transakcyjna zwiększy się przeciętnie o 60,48 zł. Każda dodatkowa kondygnacja w budynku powoduje spadek ceny transakcyjnej średnio o 5748,65 zł. Każdy dodatkowy pokój w mieszkaniu wpływa na wzrost transakcyjnej ceny mieszkania średnio o 175604 zł. W każdym kolejnym roku cena mieszkania spadnie przeciętnie o 1024,36 zł ze względu na wiek lokalu. Z oceny ostatniego z parametrów wynika, że mieszkanie z przydzielonym garażem lub miejscem parkingowym są średnio droższe o 8249,10 zł od mieszkań bez parkingu czy garażu.

Dla tak oszacowanych parametrów funkcji regresji błąd resztowy wynosi 69291, co oznacza, że wartości rzeczywiste transakcyjnych cen mieszkań różnią się średnio o 69291 zł od wartości teoretycznych (obliczonych na podstawie modelu prezentowanego w tabeli 1.) Wartość tego błędu stanowi jedynie 14% średniej wartości zmiennej objaśnianej, choć z punktu widzenia wyceny nieruchomości

---

<sup>10</sup> W modelu zdecydowano się na uwzględnienie zmiennej  $X_2$  (ofertowa cena za m<sup>2</sup>), gdyż korelacja pomiędzy tą zmienną a zmienną objaśnianą  $Y$  (transakcyjna cena nieruchomości) kształtowała się na poziomie 0,4. Natomiast nie stwierdzono istotnej korelacji pomiędzy zmienną  $X_1$  (powierzchnia) i zmienną  $X_2$  (ofertowa cena za m<sup>2</sup>) oraz zmienną  $X_1$  (powierzchnia) i zmienną  $X_6$  (liczba pokoi).

trudno mówić o dobrym dopasowaniu modelu do danych empirycznych. Współczynnik determinacji wynosi 0,74<sup>11</sup>.

W tabeli 2 Zestawiono częściowe wyniki estymacji parametrów dla modelu GWR. Ze względu na ograniczoną objętość pracy w tabeli przedstawiono jedynie kilka z spośród oszacowanych funkcji.

Tabela 2

Wyniki oszacowań parametrów regresji geograficznie ważonej

Lp	Stała	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>16</sub>
1	45,19 (12,50)	1857,22 (849,89)	81,16 (5,79)	-7629,48 (4776,39)	321592,4 (15889,6)	-2652,41 (667,21)	46971,78 (17986,95)
2	1,25 (0,00)	849,89 (378,39)	56,79 (43,85)	-4 776,39 (2591,30)	-15 889,6 (641,0)	-667,21 (29,89)	17986,95 (1554,99)
3	0,92 (0,01)	1552,82 (156,21)	48,54 (7,67)	-2112,31 (1724,6)	30243,8 (12227,7)	-1148,95 (518,84)	26157,74 (4589,68)
4	47,49 (18,78)	2355,66 (931,59)	64,17 (4,26)	-6701,81 (3044,29)	309895,6 (14707,7)	-2112 (564,95)	68957,77 (34822,56)
	...	...	...	...	...	...	...
300	7,86 (5,11)	1965,98 (755,12)	76,38 (5,07)	-8113,76 (4896,5)	412474,1 (19576,0)	-2457,96 (657,49)	46534,06 (23498,95)

Źródło: obliczenia własne.

Współczynnik determinacji dla modeli GWR wynosi 0,85<sup>12</sup> i oznacza, że modele objaśniają 85% zmienności zmiennej objaśnianej, zaś średni błąd resztowy wynosi 45216, (dla GWR miara ta jest o 34% mniejsza niż w modelu regresji wielorakiej).

Przedstawione w tabeli 3 charakterystyki opisowe oszacowań parametrów dla modeli GWR potwierdzają różnorodność wartości oszacowanych parametrów. Żadna z oszacowanych średnich parametrów nie ma wartości zbliżonych do estymatorów wyznaczonych dla modelu regresji wielorakiej. Największą zmiennością względną (poza wyrazem wolnym) charakteryzował parametr oszacowany dla zmiennej X<sub>16</sub> (*garaż/miejsce parkingowe*). Prawdopodobnie wynika to z faktu, że z jednej strony w rejonie centrum (z najwyższymi cenami nieruchomości), gdzie występuje niedostateczna ilość miejsc parkingowych garaż, czy miejsce przypisane do oferowanego mieszkania może mieć decydujący wpływ na jego zakup. Z drugiej strony w nowych osiedlach na peryferiach miasta (z relatywnie najniższymi cenami nieruchomości) miejsce parkingowe czy garaż są zazwyczaj standardem. Najmniejszą dyspersję względną zanotowano dla zmiennej

<sup>11</sup> Wartość stałej w prezentowanym modelu była bliska zero. W takim przypadku nie interpretuje się współczynnika determinacji R<sup>2</sup>.

<sup>12</sup> Dla modeli GWR wartości współczynnika determinacji oraz średniego błędu resztowego wyznacza się tak jak w klasycznym modelu regresji, przy czym wartości teoretyczne dla *i*-tej obserwacji wyznacza się korzystając z *i*-tego modelu GWR.

$X_5$  (liczba kondygnacji). Warto również zauważyć, że w analizowanym zbiorze danych jedynie dla zmiennej  $X_2$  (cena za metr<sup>2</sup>) rozkład estymatorów ma dodatnią wartość dla kurtozy. Dodatnia wartość tej miary oznacza, że w zbiorze danych częściej (niż w przypadku zbioru o rozkładzie normalnym) występują obserwacje nietypowe. W przypadku mieszkań, byłyby to prawdopodobnie niewielkie mieszkania o niewielkiej powierzchni w prestiżowym miejscu lub/i w centrum miasta, w których cena za metr kwadratowych jest czasami kilkakrotnie wyższa niż na peryferiach Warszawy.

Tabela 3

Wybrane miary opisowe dla estymatorów parametrów regresji geograficznie ważonej

miara	Stała	$X_1$	$X_2$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_{16}$
Średnia	23,99	2042,18	97,53	-7348,67	322597,9	2530,79	51456,23
Odch. Standard	14,72	209,46	29,85	467,43	63765,5	325,85	17292,89
Wsp. zmienności	0,69	0,11	0,30	0,06	0,19	0,13	0,34
Kurtoza	-1,29	-1,20	1,09	-1,21	1,24	-1,23	-1,07
Zakres	49,9	1922,66	90,98	1613,61	217208,7	1112,99	61653,58
Minimum	0,00	498,07	42,55	-8170,75	197889,5	-3059,5	20425,08
Maksimum	49,90	2420,73	133,53	-6557,14	415098,2	-1946,6	82078,66

Źródło: obliczenia własne.

## 6. Podsumowanie

Przedstawione wyniki badań potwierdziły zasadność podziału przestrzennego warszawskiego rynku nieruchomości. Zakłócenia przestrzenne są szczególnie widoczne w przypadku zmiennych:  $X_2$ -ofertowa cena za m<sup>2</sup> oraz  $X_5$ -liczba kondygnacji. Estymatory parametrów modeli GWR dla obu zmiennych w dzielnicach położonych na obrzeżu Warszawy (Targówek, Białołęka, Rembertów, Wesoła, Włochy, Ursus) są znacząco niższe niż dla dzielnic w centrum miasta (Ochota, Śródmieście, Mokotów). Dodatkowo wartości uzyskane dla geograficznie ważonej regresji znacząco poprawiły błąd reszt i współczynnik determinacji.

Wszystkie zmienne, które zawierał materiał badawczy są istotne z punktu widzenia kupującego jak i wyceniającego nieruchomość. Dalsze analizy będą wykonywane z uwzględnieniem wszystkich zmiennych, aby sprawdzić, jak będą wpływać na modelowanie wartości nieruchomości. W kolejnych badaniach planuje się również szczegółową analizę wartości nieruchomości dla poszczególnych dzielnic Warszawy.

## 7. Literatura

- BRUNSDON, C., FOTHERINGHAM, A.S., CHARLTON, M.E., 1996, *Geographically weighted regression - a method for exploring spatial nonstationarity*, *Geographical Analysis*, 28 (4), 281-298.
- CYMERMAN R., HOPFER A., 2003 *System i procedury wyceny nieruchomości*, Zachodnie Centrum Organizacji, Zielona Góra.
- CYMERMAN R, HOPFERA., 2005, *Wycena n nieruchomości. Zasady i procedury*. Wydanie II, Polska Federacja Stowarzyszeń Rzeczoznawców Majątkowych, Warszawa.
- CZAJA J. LIGAS M. 2010, *Zaawansowane metody statystycznej analizy rynku nieruchomości*, *Studia i Materiały Polskiego Towarzystwa Nieruchomości*, vol 18, nr 1, s. 7-20
- FOTHERINGHAM, A. S., BRUNSDON, C., CHARLTON, M.E. 2002, *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*, Chichester: Wiley.
- HOZER J. 2001, *Regresja wieloraka a wycena nieruchomości*, *Rzeczoznawca majątkowy*, nr 2.
- KULCZYCKI M., LIGAS M. 2007, *Regresja ważona geograficznie jako narzędzie analizy rynku nieruchomości*, *Geomatics and Enviromental Engineering*, Vol 1. Nr 1, s. 59-68.
- LIS CH. 2005, *Ekonometryczne modele cen transakcyjnych lokali mieszkalnych*, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 415, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki*, nr 16, s.161-174.
- THEIL H. 1979, *Zasady ekonometrii*, Warszawa, PWN.
- Raport Szybko.pl i Expandera *Analiza wtórnego rynku nieruchomości Podsumowanie roku 2010 i prognoza na rok 2011*.
- ZELIAŚ A. 2006, *Kilka uwag na temat doboru zmiennych występujących na rynku nieruchomości*, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 450, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki*, nr 17, s. 685-696.

# SPATIAL ANALYSIS OF WARSAW (SECONDARY) REAL ESTATE MARKET

**Mariola Chrzanowska**

*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie*

*Katedra Ekonometrii i Statystyki,*

*e-mail: mariola\_chrzanowska@sggw.pl*

**Key words:** *geographically weighted regression, warsaw real estate market, multiple regression*

## **Abstract**

Many relations take place on the housing market and they can be modeled by applying quantitative methods. In the literature the value of a real estate is most often described by means of the manifold regression model in which the value of a property is the sum of a constant and quantitatively described impact of individual characteristics. Although well-known and commonly used in practice, this model does not allow for localization of the objects. Therefore, it seems arguable that the models that involve spatial relations should be introduced to estate evaluation.

This article presents geographically weighted regression (GWR), which is one of the methods that allow for spatial relations. This method was applied in research involving 300 flats sold in the 3rd quarter of 2010. Obtained results were compared with the calculations obtained by application of manifold regression.



# ANALIZA CEN NIERUCHOMOŚCI Z WYKORZYSTANIEM STATYSTYKI MORANA

**Dorota Koziół - Kaczorek, Robert Pietrzykowski**

*Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych*

*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie*

*e-mail: dorota\_koziol@sggw.pl, robert\_pietrzykowski@sggw.pl*

**Słowa kluczowe:** *ceny nieruchomości, współczynnik autokorelacji przestrzennej Morana*

## **Streszczenie**

W pracy została zaprezentowana analiza rozkładu cen nieruchomości z wykorzystaniem statystyki Morana. Zasadniczym problemem, przedstawionym w niniejszym opracowaniu, była metoda badania rozkładu cen w zależności od lokalizacji. Prezentowana metoda została zilustrowana na przykładzie danych pochodzących z wtórnego rynku nieruchomości na terenie dzielnicy Wola w Warszawie.

## **1. Wprowadzenie**

Ceny nieruchomości są determinowane wieloma czynnikami: fizycznymi, ekonomicznymi, prawnymi, społecznymi. Decydujący jednak wpływ na wysokość ceny i na jej zróżnicowanie mają cechy rynkowe nieruchomości, a zwłaszcza cechy dotyczące lokalizacji oraz cechy techniczne, fizyczne oraz użytkowe. Za najważniejszą z nich uważa się lokalizację i to właśnie ona w najwyższym stopniu kształtuje cenę nieruchomości. Dlatego też istotnym zagadnieniem wydaje się być badanie położenia nieruchomości, a do tego jak najbardziej wskazane jest wykorzystanie analizy przestrzennej (Pietrzykowski 2010). Kluczowym problemem zatem w niniejszej publikacji jest określenie zależności ceny 1 m<sup>2</sup> nieruchomości od jej lokalizacji.

Wśród rzeczoznawców pracujących na warszawskim rynku nieruchomości lokalowych w dzielnicy Wola, panuje opinia, że nieruchomości położone bliżej centrum Warszawy (w pobliżu wschodniej granicy dzielnicy Wola) są droższe od tych zlokalizowanych w dalszych odległościach. Uważa się również, iż ceny nieruchomości położonych w samym centrum Woli są najniższe.

Celem pracy była charakterystyka przestrzennego rozkładu cen nieruchomości w dzielnicy Wola w Warszawie. W trakcie badań sformułowano następujące hipotezy badawcze.

- 1) Ceny nieruchomości wykazują dodatnią autokorelację przestrzenną, czyli ceny „podobne” sąsiadują ze sobą.
- 2) Ceny najwyższe obserwowane są bliżej centrum Warszawy, ceny najniższe obserwowane są w środkowej części badanej dzielnicy.

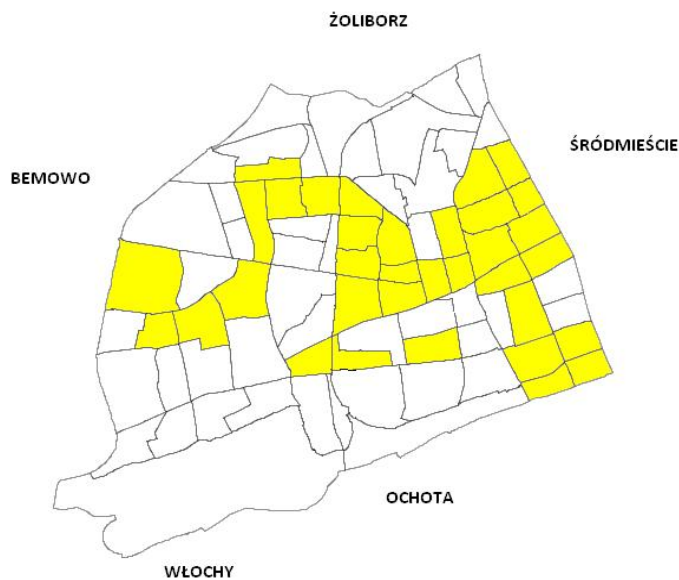


Do osiągnięcia postawionego celu wykorzystano analizę przestrzenną, a dokładnie współczynnik korelacji przestrzennej Morana, globalny i lokalny, korelogram. Obliczenia wykonano w pakiecie statystycznym R 2.11.1 (R Development Core Team 2005) oraz w programie MS Excel 2007.

## 2. Charakterystyka materiału badawczego

Zaprezentowane w pracy badania przeprowadzono w oparciu o dane dotyczące transakcji nieruchomości lokalowymi (lokale mieszkalne), które miały miejsce na rynku wtórnym na terenie dzielnicy Wola w Warszawie. Okres monitorowania rynku obejmuje rok 2009 (od 02.01.2009 do 30.12.2009). Baza danych obejmowała 474 dane, które zawierały informacje dotyczące obrębu, w którym znajduje się nieruchomość, adresu (z dokładnością do ulicy i numeru budynku), powierzchni, kondygnacji, liczby pomieszczeń oraz ceny 1 m<sup>2</sup>.

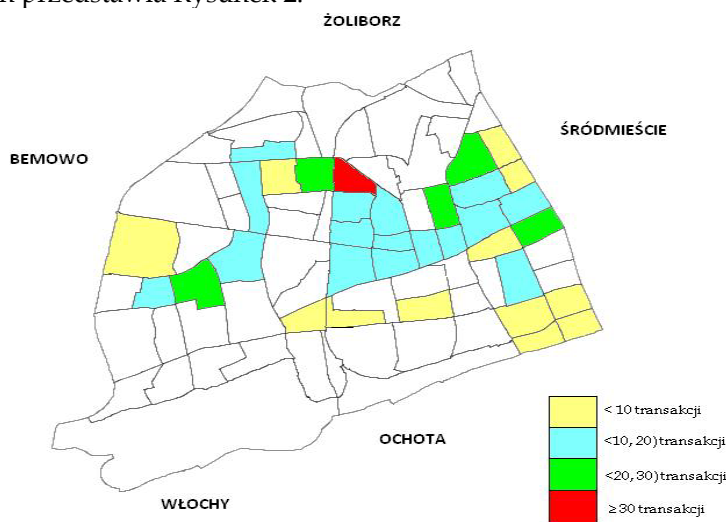
Celem niniejszej publikacji była charakterystyka przestrzennego rozkładu cen nieruchomości w dzielnicy Wola w Warszawie, wobec tego ograniczono się wyłącznie do informacji dotyczących cen i obrębów, w których znajdowały się nieruchomości będące przedmiotem transakcji. Ponieważ nieruchomości położone w danym obrębie ewidencyjnym wykazywały takie same wartości cech dotyczących lokalizacji (położenia, otoczenia, sąsiedztwa, komunikacji z centrum miasta itp.) oraz podobny poziom cen to w analizie ograniczono się do poziomu obrębów. Przestrzenne rozmieszczenie nieruchomości będących przedmiotem transakcji z dokładnością do obrębu przedstawia rysunek 1. Zaznaczono na nim zarys dzielnicy Wola oraz zarysy obrębów ewidencyjnych w niej występujących.



Rys. 1. Obręby Woli, w których zaobserwowano transakcje.

Źródło: opracowanie własne.

W badanym okresie zaobserwowano transakcje tylko w 34 obrębach. Pozostałe obręby to najczęściej tereny przemysłowe (Wola jest dawną dzielnicą przemysłową). Poza tym część dzielnicy zajmują dwie duże nekropolie (Cmentarz Powązkowski, Cmentarz Wolski) oraz dziewięć mniejszych cmentarzy. W niektórych obrębach obserwowano transakcje wyłącznie na rynku pierwotnym, który nie był przedmiotem badania. Rozkład liczby transakcji w poszczególnych obrębach przedstawia Rysunek 2.



**Rys. 2.** Rozkład liczby transakcji w poszczególnych obrębach Woli.  
*Źródło:* opracowanie własne.

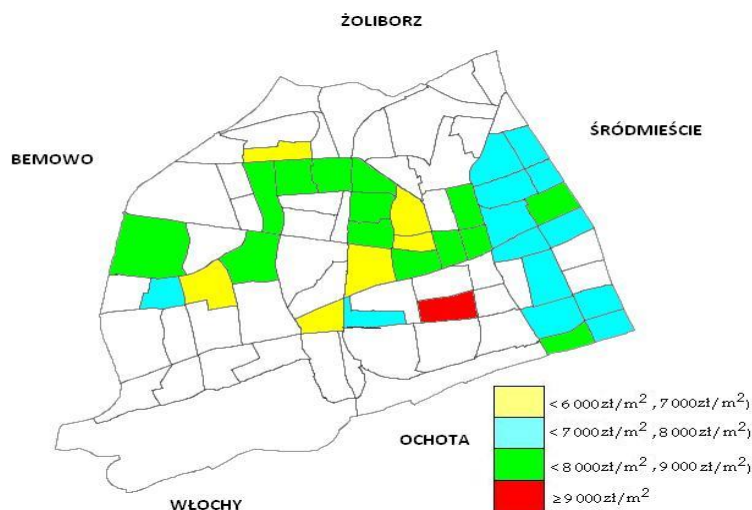
Ponieważ zbiór obrębów, w których odnotowano transakcje nie stanowi jednolitego obszaru i pomiędzy nimi znajdują się obręby bez transakcji (białe plamy), to zasadnym wydaje się być skonstruowanie macierzy odległości zamiast macierzy sąsiedztwa. Wobec tego, obręby w których zaobserwowano transakcje, zostały scharakteryzowane za pomocą średniej ceny 1 m<sup>2</sup> nieruchomości w danym obrębie oraz za pomocą współrzędnych środka obrębu. Rozmieszczenie cen średnich według obrębów przedstawia Rysunek 3.

### 3. Autokorelacja przestrzenna

W procesie weryfikacji sformułowanych hipotez badawczych wykorzystano statystykę Morana  $I$ , która służy do badania istnienia globalnej autokorelacji przestrzennej.

Globalna autokorelacja przestrzenna oznacza stopień skorelowania wartości zmiennej w danej lokalizacji z wartością tej samej zmiennej w innej lokalizacji. Konsekwencją istnienia takiej zależności jest przestrzenne grupowanie się podobnych wartości. Wyróżnia się dwa rodzaje autokorelacji przestrzennej: autokorelację dodatnią i autokorelację ujemną. Autokorelacja dodatnia to

przestrzenne gromadzenie się wysokich lub niskich wartości obserwowanych zmiennych. Autokorelacja ujemna, to odwrotność autokorelacji dodatniej i oznacza, że wysokie wartości obserwowanych zmiennych sąsiadują z niskimi wartościami tych zmiennych, a niskie sąsiadują z wysokimi (Suchecki 2010).



Rys. 3. Rozmieszczenie średnich cen 1 m<sup>2</sup> nieruchomości w poszczególnych obrębach Woli. Źródło: opracowanie własne.

Do badania występowania globalnej autokorelacji przestrzennej niezbędne jest ustalenie macierzy odległości lub sąsiedztwa oraz macierzy wag. W przypadku omawianych badań skonstruowana została macierz odległości pomiędzy środkami obrębów ewidencyjnych (w metrach). Na jej podstawie ustalono macierz wag (odwrotność odległości) oraz standaryzowaną macierz wag.

Wykorzystana w analizie statystyka Morana  $I$  ma postać:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} z_i^{\bar{z}} z_j^{\bar{z}}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \quad (1)$$

gdzie:

$w_{ij}^{\bar{z}}$  =  $\frac{w_{ij}}{\sum_j w_{ij}}$  - jest elementem standaryzowanej macierzy wag,

$w_{ij}$  =  $\frac{1}{d_{ij}}$  - jest elementem macierzy wag,

$d_{ij}$  - jest elementem macierzy odległości oznaczającym odległość (w metrach) pomiędzy obrębami  $i$  oraz  $j$ ,

$z_i^{\bar{z}}, z_j^{\bar{z}}$  - standaryzowane wartości badanej zmiennej (ceny 1 m<sup>2</sup>) (Suchecki 2010).

Istotność statystyczną statystyki Morana  $I$  zweryfikowano przez następujący zbiór hipotez:

- $H_0$ : obserwowane wartości zmiennej cena 1 m<sup>2</sup> nieruchomości są rozmieszczone w sposób losowy pomiędzy poszczególnymi obrębami - brak autokorelacji przestrzennej;
- $H_1$ : obserwowane wartości zmiennej cena 1 m<sup>2</sup> nieruchomości nie są rozmieszczone w sposób losowy pomiędzy poszczególnymi obrębami - występuje autokorelacja przestrzenna.

Weryfikację powyższych hipotez przeprowadzono w oparciu o unormowaną statystykę

$$z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \sim N(0,1) \quad (2)$$

gdzie:

$$E(I) = -\frac{1}{n-1},$$

$$\text{var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - \frac{1}{(n-1)^2},$$

oraz

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij},$$

$$S_1 = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij},$$

$$S_2 = 4 \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \right)^2 \quad (\text{Suchecki 2010}).$$

Przyjmuje się, że w przypadku braku autokorelacji przestrzennej statystyka Morana

$$I \approx E(I), \quad Z(I) \approx 0.$$

$I$  ma tendencje do przyjmowania wartości.

W przeciwnym razie występuje:

- autokorelacja dodatnia, gdy  $I > E(I)$ ,  $Z(I) > 0$ ,
- autokorelacja ujemna, gdy  $I < E(I)$ ,  $Z(I) < 0$ .

Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

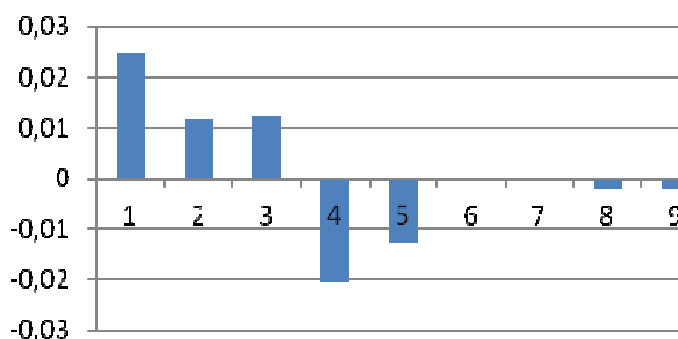
Statystyka Morana  $I$ 

$I$	$E(I)$	$var(I)$	$Z(I)$	$p-value$
0.146399114	-0.030303030	0.000919708	5.826622	5.656e-09

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie uzyskanych wyników, hipotezę o braku globalnej autokorelacji przestrzennej, na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ , odrzucono. Można wobec tego uznać, że istnieje globalna autokorelacja przestrzenna. Oznacza to, że ceny 1 m<sup>2</sup> nieruchomości determinują i jednocześnie są determinowane przez ceny 1 m<sup>2</sup> w innych obrębach. Ponieważ  $I > E(I)$  oraz  $Z(I) > 0$ , to można wyciągnąć wniosek, iż w przypadku badanych cen występuje autokorelacja dodatnia, czyli ceny wysokie sąsiadują z wysokimi, a ceny niskie z niskimi.

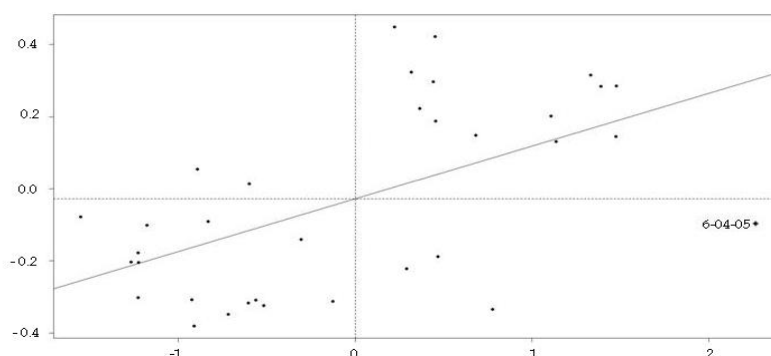
W celu określenia właściwego rzędu autokorelacji sporządzono korelogram wartości statystyki Morana  $I$  w zależności od zastosowanych macierzy wag. Macierze te skonstruowano dla odległości pomiędzy środkami obrębów wynoszącymi: poniżej 500 m, od 500 m do 1000 m, od 1000 m do 1500 m, od 1500 m do 2000 m, od 2000 m do 2500 m, od 2500 m do 3000 m, od 3000 m do 3500 m, od 3500 m do 4000 m, od 4000 m do 4500 m.



Wykres 1. Korelogram globalnych statystyk Morana  $I$ . Źródło: opracowanie własne.

Ponieważ prezentowany wykres zanika sinusoidalnie, więc można sądzić iż w przypadku cen 1 m<sup>2</sup> nieruchomości występuje autokorelacja rzędu 1, czyli ceny 1 m<sup>2</sup> nieruchomości determinują i jednocześnie są determinowane najsilniej przez ceny 1 m<sup>2</sup> w obrębach oddalonych od siebie (środku) o co najwyżej 500 m.

Aby potwierdzić i czytelnie zobrazować uzyskane wyniki przedstawiono je na wykresie Morana, który pokazuje rozproszenie cen nieruchomości ze względu na lokalizację.



**Wykres 2.** Wykresy rozrzutu Morana dla średnich cen nieruchomości mieszkaniowych w warszawskiej dzielnicy Wola. Źródło: opracowanie własne.

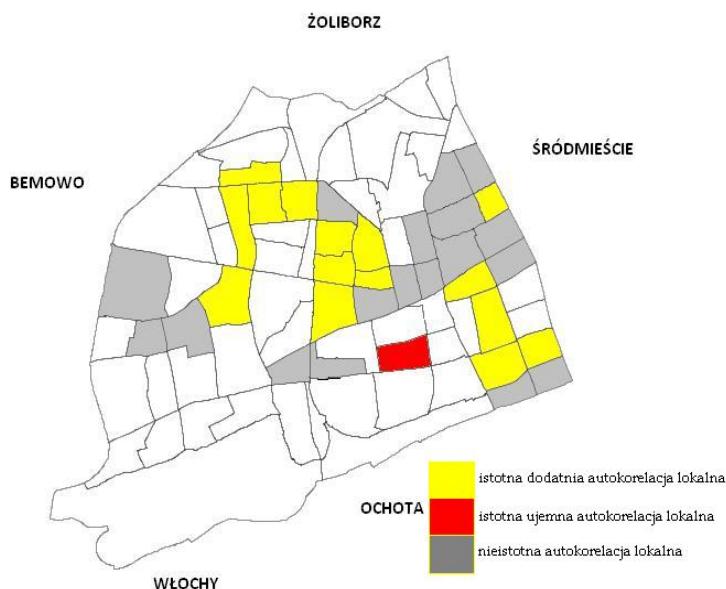
Na przedstawionym wykresie wyraźnie widać występującą dodatnią autokorelację przestrzenną – obserwacje zgromadzone są głównie w pierwszej (ceny wysokie znajdują się obok siebie) i trzeciej ćwiartce (ceny niskie są zlokalizowane obok siebie). Nieliczne obserwacje występujące w II i IV ćwiartce to obserwacje nietypowe.

W celu identyfikacji skupień dużych i małych wartości badanej zmiennej oraz wyodrębnienia lokalizacji nietypowych zbadano występowanie istotnej autokorelacji lokalnej. Do jej oszacowania została zastosowana lokalna statystyka Morana  $I_i$

$$I_i = z_i^2 \sum_{j=1}^n w_{ij} z_j^2. \quad (3)$$

Oznaczenia i warunki przyjęto takie same jak poprzednio (wzór 1). Testy istotności oparte są na rozkładzie wynikającym z warunkowej randomizacji, natomiast weryfikacja hipotez następuje na podstawie pseudo poziomu istotności. Jeżeli standaryzowana statystyka lokalna Morana przyjmuje wartości istotnie dodatnie to występuje dodatnia autokorelacja i dany obręb otoczony jest podobnymi pod względem badanej cechy (cena 1 m<sup>2</sup>) obrębami. Jeżeli natomiast statystyka lokalna Morana przyjmuje wartości istotnie ujemne to występuje ujemna (negatywna) autokorelacja i dany obręb otoczony jest przez obręby znacząco różniące się wartościami badanej zmiennej. Taki region uważa się za lokalizację nietypową (Kopczewska 2007).

Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawiono na Rysunku 4.



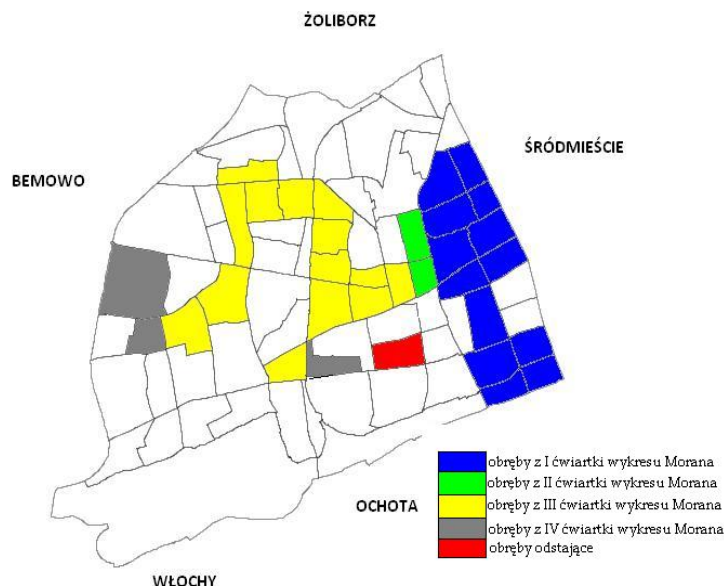
**Rys. 4.** Rozmieszczenie obrębów ze względu na wartości lokalnych statystyk Morana  $I_i$ . Źródło: opracowanie własne.

#### 4. Wnioski

Przeprowadzone analizy wykazały prawdziwość sformułowanych na wstępie hipotez badawczych. Na podstawie uzyskanych wyników wyraźnie widać zależność wartości cen 1 m<sup>2</sup> nieruchomości od lokalizacji. Na obserwowanym rynku nieruchomości lokalowych można zaobserwować wyraźne klastry obrębów z cenami wyższymi i klastry obrębów z cenami niższymi. Ponadto wyższe ceny obserwowane są w obrębach graniczących z centrum Warszawy, a niższe w obrębach leżących w środkowej części Woli.

Obręby z pierwszej ćwiartki wykresu Morana (Wykres 2.) to obręby z wysokimi cenami 1 m<sup>2</sup> nieruchomości. Są to obręby leżące częściowo w obrębie centrum Warszawy oraz przy jego granicach. Bez wątpienia jest to atrakcyjna okolica ze względu na łatwy dostęp do komunikacji miejskiej, urzędów państwowych, centrów handlowych, placówek oświatowych itp.

Obręby z trzeciej ćwiartki wykresu Morana to obręby z niskimi cenami 1 m<sup>2</sup> nieruchomości. Obejmują one środkową część dzielnicy Wola. Są to przeważnie „blokowiska” z lat 60-tych i 70-tych ubiegłego wieku. Otoczenie tych obrębów stanowią obszary przemysłowe, węzły kolejowe i nekropolie.



**Rys. 5.** Rozkład cen nieruchomości lokalowych na Woli wg obrębów.

*Źródło:* opracowanie własne

Obręby z drugiej i czwartej ćwiartki wykresu Morana to obręby uznane za nietypowe. Nie stanowią one zbyt licznej reprezentacji. Kolor szary oznacza obręby z wysoką średnią ceną 1 m<sup>2</sup> nieruchomości, które sąsiadują z obrębami z niskimi cenami. Wysokie ceny w tych obrębach mogą być spowodowane tym, że leżą one przy granicy z dzielnicą Bemowo, która jest jedną z dynamicznie rozwijających się dzielnic Warszawy. Dzielnicą tą to „sypialnia” Warszawy z dobrym połączeniem komunikacyjnym z resztą miasta. Nie ma w niej przemysłu, jest za to sporo terenów zielonych, centrów handlowych oraz miejsc sprzyjających uprawianiu sportu i rekreacji. Kolor zielony oznacza obręby z niskimi cenami, które sąsiadują z obrębami z wysokimi cenami. Obręby te są w znacznej mierze zaniedbane, dominuje w nich ciasna powojenna zabudowa.

Kolor czerwony oznacza obręb ewidentnie odstający. Jest to obręb o najwyższej średniej cenie za 1 m<sup>2</sup> nieruchomości na Woli. Wysoką cenę można uzasadnić bardzo dobrą komunikacją z centrum miasta oraz tym, że nieruchomości będące przedmiotem transakcji znajdowały się przeważnie w nowym budownictwie. Odstawanie obrębu wynika z faktu, iż jest on otoczony przez obręby, w których nie odnotowano żadnych transakcji. Są to przeważnie tereny przemysłowe, węzły kolejowe lub rejony zajmowane przez firmy usługowe, banki, szkoły itp..

## 5. Literatura

KOPCZEWSKA K. 2007. *Ekonometria i statystyka przestrzenna*. CEDEWU.PL. Warszawa.



- KULCZYCKI M., LIGAS M. 2007 *Zastosowanie analizy przestrzennej do modelowania danych pochodzących z rynku nieruchomości*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości vol. 15, nr 3-4, str. 145 – 153.
- PIETRZYKOWSKI R. 2010. *Przestrzenne ujęcie rynku nieruchomości mieszkaniowych w latach 2007 – 2010*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia 2010, 616 (29), 97-107
- R Development Core Team 2005 R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Wiena, Austria, ISBN3-900051-07-0, URL: <http://www.R-project.org>
- SUCHECKI B. 2010. *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*. C.H. Beck. Warszawa.

\*\*\*\*\*

## SPATIAL ANALYSIS OF REAL ESTATE APARTAMENTAL MARKET IN DISTRICT WOLA OF WARSAW

**Dorota Koziół – Kaczorek, Robert Pietrzykowski**

*Department of Economics of Agriculture and International Economic Relations,  
Division of Quantitative Methods,  
Warsaw University of Life Science - SGGW  
e-mail: dorota\_koziol@sggw.pl, robert\_pietrzykowski@sggw.pl*

**Key words:** *real estate market, Moran I*

### **Abstract**

In the paper a problem of the distribution of prices of the real estate market is considered. The basic problem was a method of testing the distribution of prices depending on location. In the paper a method for testing this distribution is presented. This solution is Moran I. The presented method are illustrated by the example of data from the secondary property market in the Wola district of Warsaw.

# ZASTOSOWANIE SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH W PROCESIE TWORZENIA MAPY WARTOŚCI GRUNTÓW

**Tomasz Budzyński**

*Politechnika Warszawska*

*Zakład Katastru i Gospodarki Nieruchomościami*

e-mail: *t.budzynski@gik.pw.edu.pl*

**Słowa kluczowe:** mapa wartości gruntów, sztuczne sieci neuronowe.

## **Streszczenie**

W referacie przedstawiono możliwości zastosowania sztucznych sieci neuronowych w procesie sporządzania mapy wartości gruntów typu obiektowego w podejściu modelowym.

W pierwszej jego części zawarto podstawowe zasady sporządzania ww. rodzaju mapy a także budowy modeli sztucznych sieci neuronowych.

W drugiej części referatu opisano proces sporządzania mapy wartości gruntów, przeznaczonych pod zabudowę mieszkaniową jednorodzinną dla fragmentu gminy Wołomin. W procesie tworzenia mapy, do określenia jednostkowej wartości gruntów w danej strefie wykorzystano sztuczne sieci neuronowe typu MLP - perceptron wielowarstwowy oraz RBF - sieci o radialnych funkcjach bazowych.

W podsumowaniu opracowania przedstawiono korzyści jak i zagrożenia płynące z zastosowania sztucznych sieci neuronowych w procesie sporządzania mapy wartości gruntów.

## **1. Wstęp**

Istotną informację w procesie gospodarowania nieruchomościami stanowi ich wartość. Przestrzenny rozkład jednostkowych wartości w odniesieniu do gruntów położonych na danym obszarze, prezentowany jest w opracowaniu kartograficznym zwanym mapą wartości gruntów.

W Polsce dotychczas prawnie nie zdefiniowano tego pojęcia ani też nie określono zasad sporządzania tych map. Wyjątek stanowią przepisy dotyczące map taksacyjnych, będących szczególnym rodzajem map wartości gruntów.

Obecnie w Polsce rzadko, w stosunku do innych państw Unii Europejskiej np. Niemiec czy Litwy, wykonywane są mapy wartości gruntów (SEIDEL 2005) (BAGDONAVIVIUS, DEVEIKIS 2006). Prowadzone są natomiast prace naukowo-badawcze, mające na celu opracowanie zasad wykonywania tego rodzaju map (CELLMER, KURYJ 2003), (ŹRÓBEK i in. 2004), (HOZER 1999), (SAWIŁOW 2008).

Celem pracy jest przedstawienie możliwości wykorzystania sztucznych sieci neuronowych w procesie sporządzania mapy wartości gruntów typu obiektowego

w podejściu modelowym ze wskazaniem na korzyści jak i zagrożenia płynące z ich zastosowania.

## **2. Zasady sporządzania map wartości gruntów**

Mapy wartości gruntów według technologii ich wykonania można podzielić na mapy izoliniowe, w których zasięg wartości prezentowany jest za pomocą izolunii – linii o jednakowej wartości gruntu oraz mapy obiektowe na których wyodrębnia się strefy charakteryzujące się jednorodnością czynników kształtujących ceny a poprzez to wartości gruntów (ŻRÓBEK i in. 2004). Zasady wyodrębniania ww. stref zależą od przyjętego podejścia: modelowego bądź atrybutowego. Poniżej przedstawiono podstawowe zasady sporządzania map wartości gruntów według podejścia modelowego, zawarte w publikacji (ŻRÓBEK i in. 2004), zgodnie z którym zostało wykonane opracowanie stanowiące rys. 1.

W podejściu modelowym wyodrębnienia stref jednorodnych dokonuje się z wykorzystaniem czynników cenotwórczych - cech rynkowych nieruchomości gruntowych niezabudowanych ustalonych w procesie analizy rynku nieruchomości. Analiza ta dokonywana jest na podstawie zebranych danych o transakcjach sprzedaży w trakcie monitoringu rynku nieruchomości obejmującego najczęściej obszar gminy. Dla wyznaczonych stref jednorodnych, których granice podlegają generalizacji, definiuje się, a następnie opisuje się nieruchomości typowe pod kątem czynników cenotwórczych. Ostatnim etapem sporządzania mapy wartości gruntów jest określenie jednostkowej wartości powierzchni nieruchomości typowej z wykorzystaniem wcześniej zbudowanego modelu.

## **3. Model regresji wielokrotnej a model sztucznych sieci neuronowych**

Dla potrzeb określenia jednostkowej wartości powierzchni nieruchomości typowej najczęściej buduje się modele liniowe m.in. model regresji wielokrotnej, przyjmując, że związek pomiędzy ceną transakcyjną a cechą rynkową nieruchomości ma charakter liniowy. Przyjęcie tego założenia stanowi często uproszczenie, pozwalające jednak na zbudowanie modelu prostego a przez to łatwego w interpretacji. W sytuacjach gdy ww. model nie oddaje właściwie zależności pomiędzy cenami a cechami nieruchomości wpływającymi na zróżnicowanie poziomu cen na danym lokalnym rynku nieruchomości, wówczas podejmuje się również próby wykorzystania modeli nieliniowych, które budowane mogą być m.in. z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych (SSN). Modele te zapewniają najczęściej wyższą dokładność określenia wartości nieruchomości (WILKOWSKI, BUDZYŃSKI 2006). Są one jednak bardzo złożone, a przez to trudne w ocenie ich prawidłowości. Na wzór budowy ludzkiego mózgu składają się one z licznych punktów przetwarzania (neuronów) ułożonych w warstwy i znacznej liczby wzajemnych połączeń (synaps) między tymi punktami.

Istnieje wiele typów sieci neuronowych. Najczęściej stosowane są perceptrony wielowarstwowe (MLP) o jednej lub dwóch warstwach ukrytych. Ponadto wśród

SSN można wyróżnić m.in.: sieci o radialnych funkcjach bazowych (RBF), sieci Kohonena oraz sieci liniowe.

SSN, mimo iż są programami komputerowymi symulującymi działanie sieci neuronowych nie są programowane, ale raczej „uczone” (trenowane) na przykładach (MCCLUSKEY 1996). W przypadku zastosowania sztucznych sieci neuronowych do wyceny nieruchomości przykładami są: cechy nieruchomości wraz z ceną jej sprzedaży lub wysokością czynszu.

Uczenie sieci jest realizowane poprzez przetwarzanie danych wejściowych-przykładów (MCCLUSKEY 1996) z wykorzystaniem algorytmów uczących. Kolejne przejścia serii danych przez SSN powodują dopasowanie wagi poszczególnych połączeń i wartości progowych neuronu w ten sposób, aby różnice pomiędzy wynikiem pracy sieci - wartością nieruchomości, a wynikiem oczekiwanym - ceną nieruchomości były możliwie najmniejsze.

Nie każdy typ sieci i nie o każdej dowolnej liczbie neuronów (w tym neuronów ukrytych) dać może wynik satysfakcjonujący użytkownika SSN. Należy wybrać właściwy typ i architekturę sieci. Poszukiwanie właściwej sieci odbywa się poprzez naukę na zbiorze uczącym oraz testowanie kolejnych wariantów na zbiorze walidacyjnym i dodatkowo na zbiorze testowym. Mianem najlepszej SSN określa się zwykle sieć o najmniejszym błędzie w zbiorze walidacyjnym (STATSOFT POLSKA sp. z o.o. 2000).

Istotną sprawą przy projektowaniu SSN jest decyzja dotycząca liczby warstw ukrytych oraz liczby neuronów ukrytych w każdej warstwie. Jeżeli liczba neuronów będzie zbyt duża, może to spowodować „przeuczenie” sieci, z kolei jeżeli ich liczba będzie zbyt mała, sieć niezbyt dokładnie rozpozna istniejące w zbiorze danych prawidłowości. Według (STATSOFT POLSKA sp. z o.o. 2000) liczba wszystkich neuronów powinna być taka, aby liczba przypadków uczących była kilka razy większa od liczby wag w sieci. W przypadku wyceny możemy ograniczać liczbę neuronów w warstwie wejściowej poprzez właściwy dobór cech nieruchomości.

#### **4. Sporządzenie mapy wartości gruntów z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych**

Mapę wartości gruntów typu obiektowego w podejściu modelowym wykonano dla fragmentu gminy Wołomin położonej w województwie mazowieckim. Procesem sporządzania tego rodzaju mapy objęto obszar przeznaczony w studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego gminy pod zabudowę mieszkaniową jednorodzinną, przy czym ostatecznie mapę wartości gruntów opracowano dla obrębu Zagościńiec 09.

Dane źródłowe niezbędne dla wykonania mapy wartości stanowiły:

- numeryczna mapa ewidencyjna,
- numeryczna mapa zasadnicza - warstwy uzbrojenia terenu,
- akty notarialne sprzedaży nieruchomości gruntowych niezabudowanych z lat 2008-2009,

- Studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego Gminy Wołomin,
- ortofotomapa,
- wizja terenowa.

W pierwszym etapie tworzenia mapy dokonano monitoringu rynku nieruchomości i opisu transakcji. Monitoringiem objęto obszar miasta Wołomin oraz następujących sołectw: Czarna, Duczki, Lipinki, Majdan, Mostówka, Nowe Grabie, Nowe Lipiny, Stare Grabie, Stare Lipiny oraz Zagoścień. Ze względu na powszechny brak obowiązujących planów miejscowych na obszarze opracowania nie możliwe było ustalenie przeznaczenia nieruchomości, co stanowi istotny problem w procesie sporządzania map wartości m.in. ze względu na nie określony precyzyjnie potencjał zabudowy gruntów. Wobec powyższego w celu wyodrębnienia obszarów mogących potencjalnie podlegać zabudowie budynkami mieszkalnymi jednorodzinnymi wykorzystano studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego gminy oraz ustalenia dokonane podczas wizji terenowej w zakresie sąsiedztwa, a dla nielicznych nieruchomości zapisy zawarte w aktach notarialnych dotyczące wydanych decyzji o warunkach zabudowy. Odnotowane transakcje wstępnie przeanalizowano odrzucając 13 z nich, co do których istniały uzasadnione wątpliwości, że nie miały one charakteru rynkowego. Do dalszych analiz przyjęto zbiór 83 transakcji, Wartość średnia w tym zbiorze wyniosła 142,40 zł/m<sup>2</sup>, wartość minimalna - 62,00 zł/m<sup>2</sup>, wartość maksymalna 338,98 zł/m<sup>2</sup>, a odchylenie standardowe 59,46 zł/m<sup>2</sup>.

W kolejnym etapie na podstawie mapy ewidencyjnej z zaznaczonymi działkami będącymi przedmiotem sprzedaży, biorąc pod uwagę odległość od centrum miasta Wołomina, stacji kolejowych oraz głównych ciągów komunikacyjnych gminy a także granice poszczególnych obrębów oraz rozkład przestrzenny cen podzielono obszar objęty wcześniej monitoringiem na 4 strefy lokalizacyjne - 1 (lokalizacja słaba), 2 (lokalizacja przeciętna), 3 (lokalizacja dobra) i 4 (lokalizacja bardzo dobra).

Następnie w poszczególnych strefach określono współczynniki zmiany cen w czasie z wykorzystaniem modelu regresji liniowej. Zastosowanie modeli regresji nieliniowej m.in. postaci wielomianowej nie okazało się lepszym rozwiązaniem - stopień wyjaśnienia zmienności cen, wyrażony współczynnikiem determinacji, nie był istotnie wyższy niż dla modeli liniowych. Do obliczeń nie przyjęto transakcji nieruchomości, które ze względu na swój kształt lub inne uwarunkowania miały ograniczone możliwości zabudowy, a przez to cenę jednostkową niższą o kilkadziesiąt złotych. Uwarunkowane to było koniecznością zapewnienia podobieństwa działek na podstawie których określano trend zmiany cen. Współczynniki zmian cen określono dla stref: 1, 2 i 4, w strefie 3 było zbyt mało transakcji. Uzyskane wyniki zawiera tabela 1.

**Tabela 1**

Równania modeli regresji oraz współczynniki zmiany cen w skali roku  
w poszczególnych strefach lokalizacyjnych

Nr strefy	Równanie modelu regresji	Współczynnik zmiany cen w skali roku [%]
1	$y = 0,149x + 98,77$	1,8
2	$y = 0,355x + 149,3$	2,9
4	$y = -0,528x + 243,3$	-2,7

Źródło: opracowanie własne.

W oparciu o obliczone współczynniki zmian cen w skali roku zawarte w tabeli 1, pokazujące niewielki, wzrost lub spadek cen w zależności od strefy lokalizacyjnej oraz po uwzględnieniu faktu, że obliczone wartości współczynników kierunkowych w ww. równaniach na deklarowanym poziomie istotności 0,05 nie można było uznać jako statystycznie istotne, przyjęto stabilizację cen w badanym okresie 2008-2009r. Wobec powyższego ceny zaktualizowane na styczeń 2010 r. stanowią ceny transakcyjne.

Kolejną czynnością w procesie opracowania mapy wartości gruntów było opisanie nieruchomości będących przedmiotem zawartych transakcji. Przyjęto następujące cechy nieruchomości, które potencjalnie mogą wpływać na różnicowanie poziomu cen gruntów na obszarze gminy Wołomin:

- lokalizacja,
- dostęp komunikacyjny
- sąsiedztwo,
- ograniczenia w zabudowie,
- powierzchnia działki,
- uzbrojenie terenu,
- przeznaczenie w studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego,
- stan zagospodarowania działki.

Kolejny etap opracowania mapy wartości gruntów stanowiło ustalenie czynników cenotwórczych. W tym celu na wstępie przyjmując na podstawie wykresów rozrzutu, że zależności pomiędzy cenami a ww. cechami nieruchomości są zbliżone do liniowych, obliczono macierz korelacji liniowej oraz następnie sporządzono zestawienie współczynników korelacji cząstkowej (tabela 2). Na ich podstawie ostatecznie przyjęto 3 czynniki cenotwórcze dla których wartości współczynnika korelacji cząstkowej były najwyższe a wynik oszacowania siły korelacji na deklarowanym poziomie istotności 0,05 można było uznać jako statystycznie istotny. Czynniki te były: lokalizacja, ograniczenia w zabudowie oraz uzbrojenie terenu.

**Tabela 2**

## Współczynniki korelacji cząstkowej

Lp.	Czynnik cenotwórczy	Wartość współczynnika korelacji cząstkowej
1	Lokalizacja	0,6524
2	Dostęp komunikacyjny	0,1764
3	Sąsiedztwo	0,0496
4	Ograniczenia w zabudowie	0,4432
5	Powierzchnia działki	0,1328
6	Uzbrojenie terenu	0,2438
7	Przeznaczenie w studium uwarunkowań i kierunków zagospodarowania przestrzennego	-0,0362
8	Stan zagospodarowania działki	0,0954

*Źródło: opracowanie własne.*

W tabeli 3 zestawiono wybrane czynniki cenotwórcze – cechy rynkowe wraz ze skalą ich ocen oraz odpowiadającymi im wartościami zmiennej.

**Tabela 3**

## Wybrane czynniki cenotwórcze wraz ze skalą ich ocen oraz odpowiadającymi im wartościami zmiennej

Lp.	Czynnik cenotwórczy	Ocena	Wartość zmiennej
1	Lokalizacja	bardzo dobra – strefa lokalizacyjna 1	4
		dobra – strefa lokalizacyjna 2	3
		przeciętna – strefa lokalizacyjna 3	2
		słaba – strefa lokalizacyjna 4	1
2	Ograniczenia w zabudowie	brak – działka o korzystnym kształcie, brak innych ograniczeń	2
		występują – działka o niekorzystnym kształcie lub/i występują inne ograniczenia np. służebność przejścia i przejazdu.	1
3	Uzbrojenie terenu	4 media (en. elektr., gaz, woda, kanalizacja)	4
		3 z 4 mediów	3
		2 media	2
		1 medium	1

*Źródło: opracowanie własne.*

Następnie na podstawie, ustalonych w poprzednim etapie, cech cenotwórczych określono zasięg stref jednorodnych. Przebieg granic tych stref wyznaczono graficznie jako części wspólne stref o jednakowej lokalizacji, liczbie mediów oraz jednakowym poziomie ograniczeń w zabudowie – korzystnym lub niekorzystnym kształcie. W strefach jednorodnych mogą znajdować się również w mniejszości działki o innym uzbrojeniu lub ograniczeniach w zabudowie. Na obszarze obrębu Zagościnniec 09 wyodrębniono 4 strefy jednorodne, których granice zgeneralizowano uwzględniając granice działek - wyjątek dotyczył działek bardzo długich.

W kolejnym etapie tworzenia mapy wartości gruntów dla każdej z wyznaczonych stref jednorodnych zdefiniowano i opisano nieruchomości typowe. Wykaz stref jednorodnych wraz z podaniem charakterystyk nieruchomości typowych zawiera tabela 4.

**Tabela 4**

Wykaz stref jednorodnych wraz z charakterystyką nieruchomości typowych

Numer strefy	Lokalizacja	Ograniczenia w zabudowie	Uzbrojenie terenu (liczba mediów)
1	słaba	występują	0
2	przeciętna	brak	1
3	przeciętna	brak	4
4	przeciętna	brak	3

*Źródło: opracowanie własne.*

Ostatnim etapem wykonania mapy wartości gruntów było określenie wartości jednostkowej w strefach jednorodnych, poprzez wycenę zdefiniowanych w poprzednim kroku nieruchomości typowych. Ich wyceny dokonano budując modele sztucznych sieci neuronowych typu MLP i RBF w oparciu o 83 transakcje nieruchomościami. Zbudowano łącznie 100 modeli, przy czym w tabeli 5 zamieszczono 5 najlepszych – o najwyższej jakości testowania, mierzonej współczynnikiem obliczanym jako 1 minus iloraz odchyłeń standardowych dla błędów predykcji i danych wchodzących w skład ciągu uczącego w zbiorze walidacyjnym.

**Tabela 5**

Charakterystyka najlepszych sieci neuronowych

Nazwa sieci	Jakość		Aktywacja		Algorytm uczenia
	uczenia	testowania	ukryte	wyjściowe	
RBF 3-11-1	0,8776	0,9367	Gaussa	Liniowa	RBFT
RBF 3-18-1	0,8796	0,9340	Gaussa	Liniowa	RBFT
RBF 3-4-1	0,8666	0,9280	Gaussa	Liniowa	RBFT



MLP 3-6-1	0,9069	0,9243	Wykładnicza	Tanh	BFGS 41
MLP 3-5-1	0,8834	0,9267	Logistyczna	Wykładnicza	BFGS 11

Źródło: opracowanie własne.

Dla porównania zbudowano również model regresji wielokrotnej zawarty w tabeli 6.

**Tabela 6**

Model regresji wielokrotnej

N=83	Podsumowanie regresji zmiennej zależnej: cena R=,87708161 R <sup>2</sup> = ,76927215 Skoryg. R2= ,76051033 F(3,79)=87,798 p<0,0000 Błąd std. estymacji: 29,100					
	BETA	Bł. std.	B	Bł. std.	t(79)	poziom p
W. wolny			-104,616	23,70257	-4,41372	0,000032
Lokalizacja	0,892128	0,075712	53,190	4,51406	11,78315	0,000000
Ograniczenia w zabudowie	0,393701	0,062468	66,167	10,49862	6,30247	0,000000
Uzbrojenie	0,146648	0,067289	8,581	3,93753	2,17938	0,032283

Źródło: opracowanie własne

Z wykorzystaniem najlepszych sieci neuronowych zawartych w tabeli 4 oraz modelu regresji wielokrotnej określono wartości jednostkowe nieruchomości typowych w poszczególnych strefach jednorodnych, które następnie zestawiono w tabeli 7.

**Tabela 7**

Wartości jednostkowe nieruchomości typowych w poszczególnych strefach jednorodnych

Nazwa sieci/model regresji	Wartość nieruchomości typowej w strefie jednorodnej [złm <sup>2</sup> ]			
	Strefa nr 1	Strefa nr 2	Strefa nr 3	Strefa nr 4
RBF 3-11-1	81,30	133,97	142,70	163,37
RBF 3-18-1	196,63	134,48	143,91	159,38
RBF 3-4-1	92,82	139,71	174,20	146,23
MLP 3-6-1	74,92	136,59	170,87	157,97
MLP 3-5-1	73,47	126,67	169,90	153,41
Model regresji	14,74	142,68	168,42	159,84

Źródło: Opracowanie własne

Wartości określone z wykorzystaniem modeli MLP, RBF oraz regresji wielokrotnej dla poszczególnych stref różnią się, przy czym zróżnicowanie to widać w największym stopniu dla strefy 1, obejmującej nieruchomości położone

w najslabszej lokalizacji, nieuzbrojone i posiadające ograniczenia w zabudowie – działki długie i wąskie. Z problemem prawidłowego określenia jednostkowej wartości nieruchomości w tej strefie nie poradziła sobie najbardziej rozbudowana sieć RBF 3-18-1 – o 18 neuronach ukrytych z powodu zbyt małej liczby transakcji nieruchomościami o takiej lub podobnej charakterystyce. Błędna wartość uzyskano również z modelu regresji wielokrotnej. Wyniki otrzymane z pozostałych sieci są zbliżone, ale nie identyczne. Uzyskane z modeli jednostkowe wartości nieruchomości typowej dla strefy 2 są na podobnym poziomie. Inaczej wygląda sytuacja w przypadku strefy 3. Najbardziej złożone sieci RBF o 11 i 18 neuronach ukrytych nie prawidłowo określiły wartość, zaniżając ją. Wyniki otrzymane z pozostałych sztucznych sieci neuronowych oraz modelu regresji wielokrotnej są bardzo do siebie zbliżone i wynoszą około 170 zł/m<sup>2</sup>. Jednostkowe wartości nieruchomości typowej określone z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych oraz modelu regresji wielokrotnej dla strefy 4 są na zbliżonym poziomie. Podsumowując uzyskane wyniki można stwierdzić, iż sieci RBF o 11 i 18 neuronach nie można wykorzystać do dalszych obliczeń. Oprócz ww. powodów poważną nieprawidłowość stanowi fakt, iż nieruchomość typowa dla strefy 3 mimo iż jest lepsza od nieruchomości ze strefy 4 w aspekcie cechy – uzbrojenie terenu to ma niższą wartość jednostkową. Pozostałe sieci: RBF o 4 neuronach ukrytych i MLP odpowiednio o 5 i 6 neuronach ukrytych mogą zostać wykorzystane do predykcji wartości jednostkowej w strefach jednorodnych. Należy jednak zauważyć, że najlepszą spośród 3 ww. sieci pozostaje sieć MLP 3-6-1, gdyż wartości uzyskane z niej były dla każdej strefy prawidłowe – najbardziej zbliżone do grupy pozostałych właściwie oszacowanych. Wartości z sieci RBF 3-4-1 odbiegały nieznacznie od pozostałych dla strefy 1 i 4 i odpowiednio z sieci MLP 3-5-1 dla strefy 2.

Dla potrzeb sporządzenia mapy wartości gruntów zastosowano model MLP o 6 neuronach ukrytych. Jednostkowe wartości gruntów w poszczególnych strefach jednorodnych dla potrzeb ich prezentacji na mapie zapisano z dokładnością do 5 zł/m<sup>2</sup>.

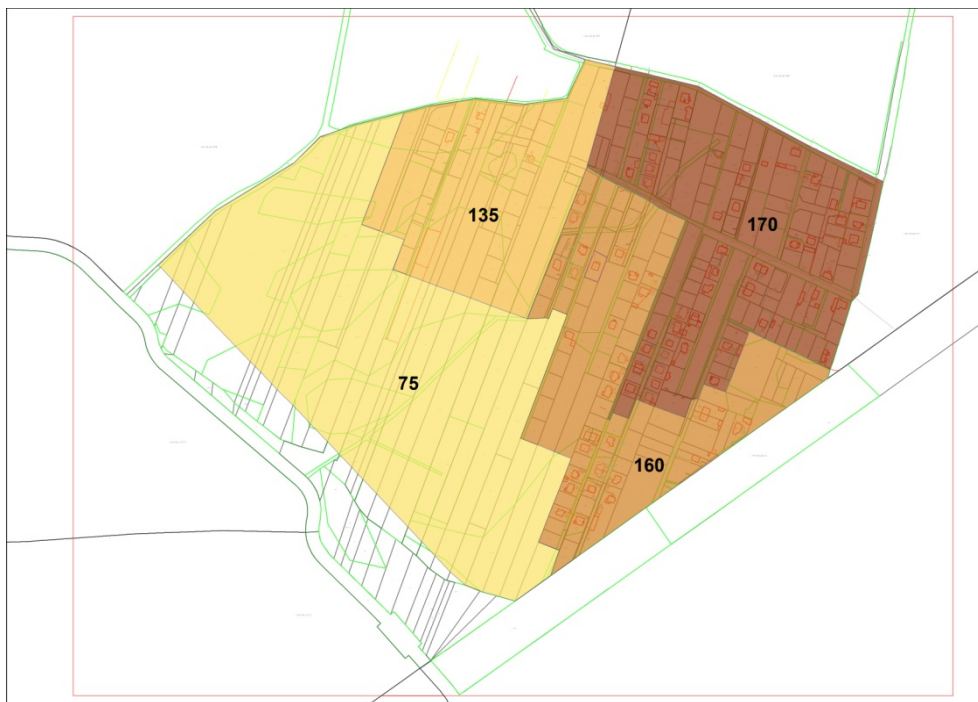
Mapę wartości gruntów przeznaczonych pod zabudowę mieszkaniową jednorodziną dla obrębu Zagościniec 09, stanowiącą rys. 1, sporządzono na podkładzie mapy ewidencyjnej z wykorzystaniem programu ArcGIS.

## 5. Podsumowanie

W procesie sporządzania mapy wartości gruntów typu obiektowego w podejściu modelowym jednym z najważniejszych etapów jest zbudowanie prawidłowego modelu wartości nieruchomości niezbędnego dla określenia jednostkowych wartości nieruchomości typowych.

W referacie zaprezentowano możliwości wykorzystania dla ww. potrzeb sztucznych sieci neuronowe typu MLP - perceptron wielowarstwowy oraz RBF - sieci o radialnych funkcjach bazowych. Sieci te pozwalają na modelowanie skomplikowanych zależności często o charakterze nieliniowym, zachodzących na

rynku nieruchomości pomiędzy cenami a cechami rynkowymi, dzięki czemu stopień wyjaśnienia zmienności cen jest wysoki. Pozwala to następnie na możliwie dokładne określenie wartości nieruchomości.



**Rys. 1.** Mapa wartości gruntów przeznaczonych pod zabudowę mieszkaniową jednorodzinną dla obrębu Zagościniec 09. Źródło: opracowanie własne.

Aby zbudować dobrą sieć neuronową potrzebny jest liczny zbiór transakcji nieruchomościami - cen i ocen cech, począwszy od kilkudziesięciu (bliżej stu) do kilkuset transakcji w zależności od stopnia skomplikowania modelu. Zebranie tak dużego zbioru informacji jest kosztowne a często po prostu niemożliwe. Próby zbudowania skomplikowanych modeli typu RBF o 11 i 18 neuronach ukrytych w oparciu o 83 transakcje zakończyły się niepowodzeniem. Część uzyskanych wartości była daleka od prawidłowych, co oznaczało, że ww. sieci nie rozpoznały właściwie zależności istniejących w zbiorze transakcji. Z kolei sieci proste w budowie typu MLP o 5 czy 6 neuronach ukrytych oraz RBF o 4 neuronach ukrytych dobrze odzwierciedliły istniejące zależności, co oznacza, że należy budować stosunkowo proste modele. Mimo zastosowania prostego modelu pozostaje wątpliwość, co do prawidłowości uzyskanych wartości, jeśli nie porównamy je z wynikami uzyskanymi z kilku innych sieci neuronowych czy modelem regresji wielokrotnej, który może stanowić punkt odniesienia dla modeli nieliniowych.

## 6. Literatura

- BAGDONAVIVIUS A., DEVEIKIS S. 2006. *Implementation of Building Taxation and Mass Valuation in Lithuania – Outcomes and Lessons Learnt*. Shaping the Change XXIII FIG Congress Munich, Germany.
- CELLMER. R, KURYJ J., 2003. *Interpretacja wyników analizy statystycznej cen transakcyjnych procesie sporządzania map wartości gruntów*. Problemy interpretacji wyników metod badawczych stosowanych w geografii społeczno-ekonomicznej i gospodarce przestrzennej. Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s.257-266.
- HOZER J. (red.) 1999. *Ekonometryczny algorytm masowej wyceny nieruchomości gruntowych*. Uniwersytet Szczeciński. Szczecin.
- MCCLUSKEY W.J. 1996. *Zastosowanie sztucznej inteligencji w wycenie masowej dla potrzeb taksacji nieruchomości*. Wycena nr 5(28), Olsztyn.
- SEIDEL C. 2005. *Transparency in the German real estate market - Results and problems, chances and new development*. FIG Commission 9, CIREA and HKIS Symposium – Property Valuers Fronting the Triple Bottom Lines of Economic, Environment and Social Conflicts. Xian, China.
- SAWIŁOW E. 2008. *Metodyka ustalania wartości katastralnych*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości – vol. 16 nr 3 2008
- STATSOFT POLSKA sp. z o.o. 2000, podręcznik elektroniczny STATISTICA Neural Networks
- WILKOWSKI W., BUDZYŃSKI T. 2006. *Application of Artificial Neural Networks for Real Estate Valuation*. Shaping the Change XXIII FIG Congress Munich, Germany.
- ŻRÓBEK, S., CELLMER, R., KURYJ, J., JANOWSKI A. (2004) : *Mapa przeciętnych wartości gruntów – narzędzie pomocnicze w powszechnej taksacji nieruchomości*. <http://www.i-net.pl/publikacje/cellmer-janowski-kuryj-zrobek-2004.pdf>

# APPLICATION OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS IN THE PROCESS OF MAKING LAND VALUE MAPS

**Tomasz Budzyński**

*Warsaw University of Technology  
Department of Cadastre and Land Management  
e-mail: t.budzynski@gik.pw.edu.pl*

**Key words:** land value map, artificial neural networks

## **Abstract**

The paper presents possibilities of applying artificial neural networks in the process of making an object land value map in a model approach.

The first part of paper contains the basic rules of making land value maps and constructing artificial neural networks.

In the second part of paper was described the process of making a land value map for areas planned for one-family houses, located in the part of the municipality Wołomin. In the process of creating maps to determine the unit value of land in the area used an artificial neural network MLP - multilayer perceptron and RBF - networks of radial base.

In summary, the benefits and risks associated with application of artificial neural networks in the process of drawing up maps of land values were presented.

# ZASTOSOWANIE WYBRANYCH METOD PROGNOZOWANIA NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI

**Sebastian Gnat**

*Katedra Ekonometrii i Statystyki*

*Uniwersytet Szczeciński*

e-mail: *sebastian.gnat@onet.eu*

**Słowa kluczowe:** *rynek nieruchomości, prognozowanie.*

## **Streszczenie**

W artykule zaprezentowano nieklasyczne podejście do prognozowania wybranych zmiennych ekonomicznych związanych z funkcjonowaniem rynku nieruchomości. Zmienne te to koszty budowy budynków mieszkalnych oraz liczba wydanych pozwoleń na budowę. Koszty budowy są jednych z najważniejszych czynników determinujących ceny nieruchomości od strony popytowej. Natomiast pozwolenia na budowę charakteryzują możliwości finansowe potencjalnych inwestorów. Umiejętne prognozowanie zmian tych zjawisk jest istotne z punktu widzenia oceny sytuacji na pierwotnym rynku nieruchomości. Badanie podzielono na dwa etapy. W etapie pierwszym zaprezentowano prognozowanie poprzez analogię, w drugim prognozowanie w oparciu o trend pełzający. Przedstawiono prognozy wygasłe wraz z ich błędami, w celu sprawdzenia, czy wykorzystując prognozowanie przez analogię i trend pełzający można uzyskać prognozy obciążone niewielkimi błędami.

## **1. Wstęp**

Prognozowanie obok analizy i diagnozy tworzy zbiór obszarów wykorzystania metod ilościowych i danych statystycznych w ekonomii, czyli współtworzy ekonometrię. Trafne przewidywanie zjawisk ekonomicznych jest bardzo istotne z punktu widzenia podejmowania różnego rodzaju decyzji. Efektywne przewidywanie przyszłych zdarzeń lub poziomów zmiennych ekonomicznych jest pożądane w każdym aspekcie życia gospodarczego. Istnieje wiele definicji prognozowania. Według A. Zeliasia „prognozowanie to wybór – w ramach danego układu – najbardziej prawdopodobnej drogi rozwoju wyróżnionego zjawiska ekonomicznego w nadchodzącym okresie, przy czym podstawę tego wyboru stanowi dotychczasowy przebieg zjawiska i aktualny stan układu” (ZELIAŚ 1997). Z kolei M. Cieślak pisze, że prognozowanie to „wnioskowanie o zdarzeniach, które zajdą w czasie późniejszym niż czynność przewidywana, a więc należących do przyszłości, odbywające się na podstawie informacji o przeszłości” (CIEŚLAK 2002). A. Smoluk pisze, że „prognoza to wnioskowanie o rzeczach niedostępnych bezpośrednio poznaniu; przeszkodą może być czas, przestrzeń lub jeszcze coś innego” (SMOLUK 1993). Wreszcie Z. Hellwig prognozą

ekonometryczną nazywa „sąd, którego prawdziwość jest zdarzeniem losowym, przy czym prawdopodobieństwo zdarzenia nie jest mniejsze od ustalonej z góry, bliskiej jedności liczby zwanej wiarygodnością prognozy” (HELLWIG 1967). Generalnie, prognozując przewidujemy stan lub poziom zjawisk na podstawie danych z przeszłości w oparciu o racjonalne przesłanki. Bardzo eksploatowanym polem nauki, w którym przewidywanie przyszłości jest niezbędne jest rynek kapitałowy. Dzieje się tak z powodu jego dynamicznego rozwoju oraz dużej dostępności danych. Dane te, charakteryzują się wysoką częstotliwością i jako takie modelowane są za pomocą odpowiadających ich charakterowi narzędzi. Istnieją jednak także, inne obszary gospodarki, które opisywane są za pomocą danych o niskiej częstotliwości – na przykład dane w ujęciu rocznym czy kwartalnym. W przypadku takiego typu zmiennych ekonomicznych również mamy do czynienia z potrzebą przewidywania ich poziomu w przyszłości. Prognozowanie takich zmiennych można przeprowadzać na przykład z wykorzystaniem modeli tendencji rozwojowej czy modeli przyczynowo-opisowych. Takie modele dają dobre rezultaty pod warunkiem istnienia w okresie modelowania i prognozy wyraźnej i stałej w czasie prawidłowości. Nie zawsze występujące w praktyce ekonomicznej zjawiska spełniają te kryteria. Teoria prognozy dysponuje jednak narzędziami do prognozowania także tych zjawisk, które nie charakteryzują się wyraźną i stałą tendencją. Do takich narzędzi należą prognozowanie poprzez analogię oraz trend poruszający z wagami harmonicznymi.

## 2. Prognozowanie poprzez analogię

Prognozowanie poprzez analogię wykorzystuje do przewidywania przyszłych poziomów lub stanów wybranych zjawisk poziomy lub stany zmiennych podobnych ewentualnie podobnych przebiegów przedmiotowej zmiennej z okresów poprzednich. Natura zmiennych biorących udział w procedurze może mieć ten sam charakter lub też wykazywać tylko podobieństwo zmian w czasie.

Wartości zmiennej prognozowanej definiuje się jako  $y_t^0$  ( $t=1, \dots, n$  dla okresów przeszłych  $t=n+1, \dots, T$  dla okresów przyszłych), natomiast zmienne podobne definiuje się jako  $y_t^k$  ( $k=1, \dots, K; t=r, \dots, r+l$ ). Przeszłe wartości zmiennych podobnych wykorzystywane są do predykcji przyszłych wartości zmiennej będącej przedmiotem badania.

Wyróżnia się kilka typów predykcji poprzez analogię (Cieślak 2002):

- biologiczne,
- przestrzenne,
- historyczne,
- przestrzenno-czasowe.

Analogie biologiczne i przestrzenne wykorzystywane są do predykcji jakościowych. Natomiast historyczne i czasowo-przestrzenne lepiej sprawdzają się w przypadku predykcji ilościowych.

Główną kwestią związaną z prognozowaniem poprzez analogię jest pomiar podobieństwa. W przypadku prognoz ilościowych wyróżnia się dwa rodzaje podobieństwa:

- podobieństwo poziomu,
- podobieństwo kształtu.

Najbardziej rozpowszechnioną miarą podobieństwa jest współczynnik korelacji Pearsona.

W badaniu wykorzystana zostanie analogia czasowo-przestrzenna.

Konstrukcję predykcji poprzez analogię poprzedza wybór wzorca. Wzorec wybierany jest w oparciu o miarę podobieństwa (w tym przypadku współczynnik korelacji). Wzorec wykorzystany w badaniu może składać się z jednej lub większej liczby obiektów. Obiekty te charakteryzują się podobnym przebiegiem badanej zmiennej  $Y$  w przeszłości w stosunku do przebiegu tej zmiennej w analizowanym  $O$  w czasie obecnym. W przypadku wzorca jednoobektowego prowadzi do uzyskania właściwej prognozy. Z kolei gdy wzorec składa się z więcej niż jednego obiektu konstruuje się w etapie pośrednim prognozy częściowe (formuła obejmuje przypadki, gdy kryterium poziomu jest spełnione oraz gdy kryterium to spełnione nie jest):

$$y_T^{(O)P_k} = \begin{cases} y_{T-l_k}^{(k)}, \\ y_{T-l_k}^{(k)} + (y_n^{(O)} - y_{n-l_k}^{(k)}), \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

$y_T^{(O)P_k}$  - częściowa prognoza zmiennej  $Y_t$  dla obiektu  $O$  w czasie  $T$ ,

$y_{T-l_k}^{(k)}$  - wartość zmiennej  $Y_t$  dla obiektu  $k$  w czasie  $T - l_k$ ,

$l_k$  - opóźnienie czasowe zmiennej  $Y_t$  dla obiektu  $O$  w relacji dla wzorcowego obiektu  $k$ ,

$n$  - numer okresu ostatniej znanej wartości zmiennej  $Y_t$  dla obiektu  $O$ .

Prognoza całkowita kalkulowana jest jako średnia ważona prognoz częściowych:

$$y_T^{(O)P} = \sum_{k=1}^K y_T^{(O)P_k} \cdot w^{(O,k)}, \quad (2)$$

Gdzie wagi ustala się w sposób następujący:

$$w^{(O,i)} = \frac{m^{(O,k)}}{\sum_{k=1}^K m^{(O,k)}}, \quad (3)$$



$m^{(O,k)}$  miara podobieństwa między obiektami  $O$  oraz  $k$ .

### 3. Konstrukcja prognoz z wykorzystaniem trendu pełzającego z wagami harmonicznymi

Metoda ta polega na szacowaniu wartości trendu za pomocą dopasowywanych segmentami trendów liniowych, a następnie na ekstrapolacji tak uzyskanego trendu pełzającego z użyciem tzw. wag harmonicznymi (HELLWIG 1967, ZELIAŚ, PAWELEK, WANAT 2003). Wagi te nadają rosnące udziały informacjom coraz bliższym ostatniej obserwacji w szeregu czasowym. Metoda jest przydatna przy prognozie kształtowania się zmiennych charakteryzujących się dużą nieregularnością i załamaniami trendu.

Zastosowanie metody trendu pełzającego można podzielić na dwa etapy:

- 1) wyrównanie szeregu czasowego przy użyciu trendu pełzającego (aproksymanty segmentowej),
- 2) prognozowanie przez ekstrapolację trendu pełzającego metodą wag harmonicznymi.

Na etapie pierwszym dokonuje się oszacowania równań odcinkowych postaci:

$$\hat{y}_{ij} = a_{0j} + a_{1j}t \quad (j = 1, \dots, n - k + 1, \quad t = j, \dots, j + k - 1), \quad (4)$$

gdzie:

$k$  – stała wygładzania równa liczbie kolejnych wyrazów szeregu czasowego, na podstawie których szacuje się parametry  $n-k+1$  równań odcinkowych. Przyjmuje się, że  $k$  ma być co najmniej równe 5 ( $k = 5, \dots, n$ )<sup>13</sup>; a  $j$  jest numerem równania odcinkowego ( $j = 1, \dots, n - k + 1$ );

$\hat{y}_{ij}$  – wartość wygładzona (teoretyczna) dla okresu  $t$ , otrzymana z  $j$ -tego równania odcinkowego;

$a_{0j}$  oraz  $a_{1j}$  – oceny parametrów  $j$ -tego równania odcinkowego.

Trend pełzający (aproksymanta segmentowa) jest postaci:

$$\hat{y}_t = b_{0t} + b_{1t}t \quad (5)$$

przy czym:

$$b_{0t} = \frac{1}{m} \sum_{j=j_0}^{j_0+m-1} a_{0j} \quad (6)$$

---

<sup>13</sup> W badaniu uwzględniono również węższy segment.

$$b_{1t} = \frac{1}{m} \sum_{j=j_0}^{j_0+m-1} a_{1j} \quad (7)$$

gdzie:

- $\hat{y}_t$  – wartość wygładzona (teoretyczna) dla okresu  $t$ , otrzymana z trendu pełzającego;
- $b_{0t}$  oraz  $b_{1t}$  – oceny parametrów aproksymanty segmentowej, będące przeciętnymi wartościami ocen parametrów równań odcinkowych, dla których  $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$ ;
- $m$  – liczba równań odcinkowych, dla których  $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$ ;
- $j_0$  – numer pierwszego równania odcinkowego, dla którego  $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$ .

Prognozę oblicza się zgodnie ze wzorem:

$$y_T^P = \hat{y}_n + hw, \quad (8)$$

gdzie:

$h$  – realne wyprzedzenie czasowe prognozy;  $w$  oblicza się w następujący sposób:

$$w = \sum_{i=1}^n c_i^n b_{1t}, \quad (9)$$

przy czym:

$$c_i^n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{t-1} \frac{1}{n-i}, \quad (10)$$

gdzie:

$w$  – średnia ważona (przy użyciu wag harmonicznnych) ocen parametrów kierunkowych aproksymanty segmentowej;

$c_i^n$  – waga harmoniczna.

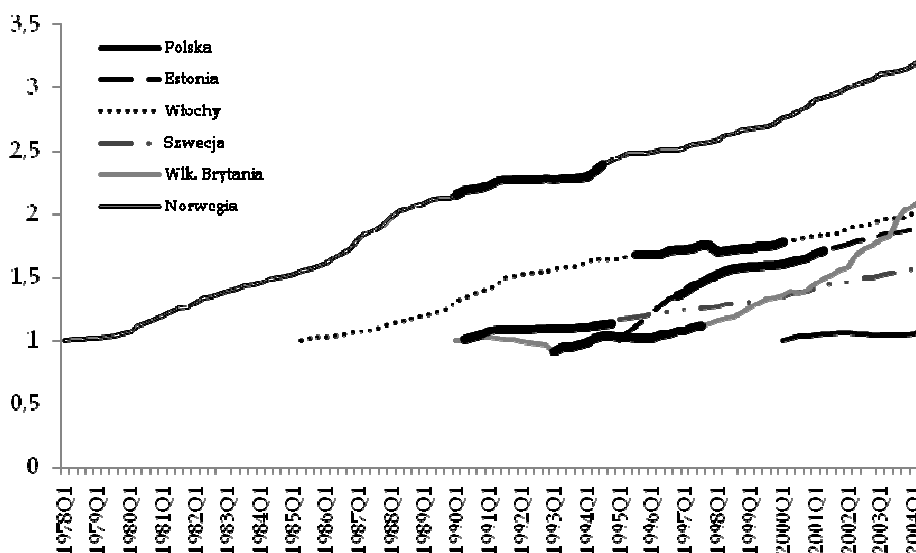
Prognoza dana wzorem (8) jest wartością uzyskaną, w pewnym sensie, w wyniku ekstrapolacji trendu pełzającego. We wzorze tym wyraz wolny jest równy ostatniej (najnowszej) wartości teoretycznej, a wyraz kierunkowy jest średnią ważoną wszystkich ocen współczynnika kierunkowego w badanym przedziale czasu.

## 5. Przykład prognozy dynamiki kosztów wytworzenia budynków mieszkalnych oraz dynamiki wydanych pozwoleń na budowę

Rynek nieruchomości w każdym swoim aspekcie jest obszarem badawczym, gdzie trafne prognozy mogą dać przewagę rynkową podmiotom posiadającym wiarygodne informacje odnośnie przyszłości. W badaniu zaprezentowane zostaną wyniki prognoz (wraz z błędami *ex post*) dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych oraz dynamiki liczby wydawanych pozwoleń na budowę. Wykorzystane w badaniu szeregi czasowe pochodzą z baz danych EUROSTAT.

### 5.1 Prognozowanie poprzez analogię

Pierwszą analizowaną zmienną jest dynamika kosztów wytworzenia domów mieszkalnych. Obiektami kandydującymi do wzorca prognozy były kraje członkowskie Unii Europejskiej. Szeregi czasowej zawierały jednopodstawowe wskaźniki dynamiki, gdzie podstawę stanowiły początki szeregów dla każdego z krajów.



**Wykres 1.** Wskaźniki dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce oraz krajach zakwalifikowanych jako wzorce (kwartały początkowe = 1).

*Źródło:* Opracowanie własne.

Okres zmian kosztów, dla którego szukano podobieństw w krajach członkowskich UE dotyczył Polski i obejmował lata 2000-2004 w ujęciu kwartalnym. Po przeanalizowaniu blisko 700 współczynników korelacji Pearsona stanowiących miarę podobieństwa za obiekty najbardziej podobne uznano: Estonię, Włochy, Szwecję, Wielką Brytanię oraz Norwegię. Na wykresie 1 przedstawiono dynamikę kosztów wytworzenia budynków mieszkalnych

w wyspecyfikowanych krajach z wyróżnieniem okresu największego podobieństwa.

Na podstawie okresów, które charakteryzowały się największym podobieństwem do szeregu czasowego dla Polski zgodnie z formułą (1) skonstruowano zaprezentowane w tabeli 1 prognozy cząstkowe. Współczynniki korelacji Pearsona posłużyły do ustalenia wag poszczególnych elementów wzorca (3). Prognozę globalną ustalono zgodnie z formułą (2). Koszty wytworzenia domów mieszkalnych miały być większe od kosztów z okresu bazowego, który stanowił pierwszy kwartał 2000 roku, w kolejnych kwartałach roku 2005 odpowiednio o 9,9%, 11,4%, 12,7% oraz 13,5%. Prognozy te skonfrontowano z rzeczywistą dynamiką kosztów wytworzenia domów mieszkalnych, jaka miała miejsce w Polsce w 2005 roku (patrz tabela 2).

**Tabela 1**

Prognozy cząstkowe i globalne dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

	Estonia	Włochy	Szwecja	Wlk. Brytania	Norwegia	
wsp. Pearsona	0,816	0,836	0,866	0,840	0,868	
wagi	19,32%	19,77%	20,50%	19,88%	20,54%	
prognozy cząstkowe						prognoza globalna
2005Q1	1,096	1,088	1,113	1,103	1,096	1,099
2005Q2	1,108	1,096	1,123	1,132	1,111	1,114
2005Q3	1,123	1,102	1,136	1,149	1,126	1,127
2005Q4	1,138	1,110	1,144	1,157	1,126	1,135

Źródło: opracowanie własne.

Rzeczywisty wzrost kosztów nie był aż tak duży, jak wynikało to z prognoz, które okazały się być obciążone. Średni względny błąd prognozy *ex post* wyniósł dla całego okresu prognozy 17,9%. Ocena skali tego błędu jest z pewnością zagadnieniem dyskusyjnym. Mówi się, że prognozy konstruowane heurystycznie przez ekspertów charakteryzują się błędami rzędu 20%. Można więc powiedzieć, że model uzyskał skuteczność prognozy na poziomie uzbrojonego w dużą wiedzę i doświadczenia eksperta. Mimo niepowodzenia w ocenie poziomu badanego zjawiska prognoza okazała się elastyczna oraz zgodna co do kierunku zmian.

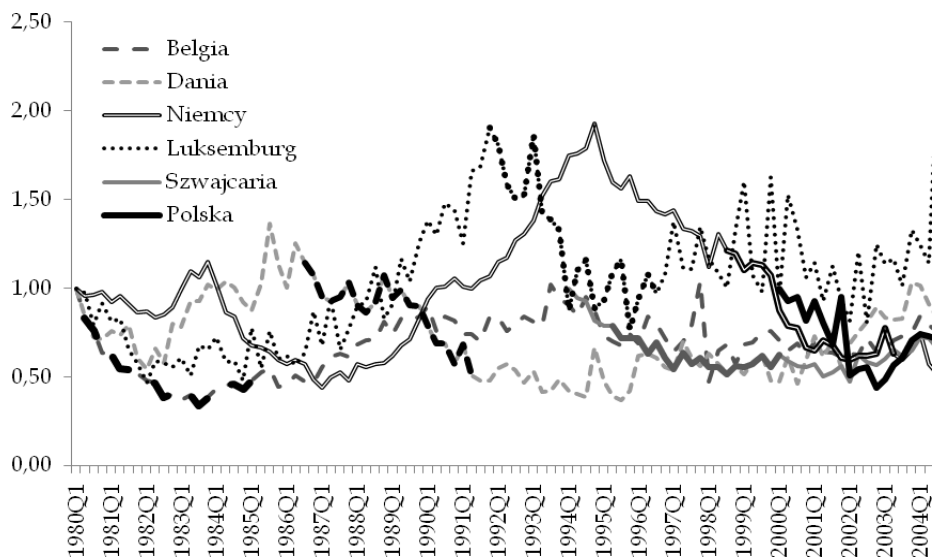
**Tabela 2**

Porównanie prognoz i wartości rzeczywistych dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

okres	prognozy	wartości rzeczywiste
2005Q1	1,099	1,094
2005Q2	1,114	1,100
2005Q3	1,127	1,105
2005Q4	1,135	1,110

Źródło: opracowanie własne.

Drugą ze zmiennych, której prognozy dokonano w badaniu była dynamika liczby wydanych pozwoleń na budowę budynków mieszkalnych. Na wykresie 2 przedstawiono dynamikę liczby wydanych pozwoleń na budowę budynków mieszkalnych w wyspecyfikowanych krajach z wyróżnieniem okresu największego podobieństwa. Okres dla którego poszukiwano wzorca podobnie jak w przypadku poprzedniej zmiennej obejmował lata 2000-2004 w ujęciu kwartalnym. Wzorca szukano analogicznie, czyli wśród krajów członkowskich UE. Za obiekty najbardziej podobne uznano: Belgię, Danię, Niemcy, Luksemburg oraz Szwajcarię.



**Wykres 2.** Wskaźniki dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce oraz krajach zakwalifikowanych jako wzorce. Źródło: Opracowanie własne.

W tabeli 3 zaprezentowano wyniki prognoz cząstkowych oraz globalnych. Prognoza poprzez analogię wskazuje, że liczba wydanych pozwoleń na budowę domów mieszkalnych powinna być niższa od bazowej z pierwszego kwartału 2000 roku o 21,2% w pierwszym kwartale 2005 roku, o 23,2% w drugim kwartale tego roku, oraz o 20% i 21,7% odpowiednio w kwartale trzecim i czwartym.

**Tabela 3**

Prognozy cząstkowe i globalne dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

	Belgia	Dania	Niemcy	Luksemburg	Szwajcaria	
wsp. Pearsona	0,833	0,793	0,819	0,800	0,847	
wagi	20,35%	19,38%	20,03%	19,54%	20,70%	
prognozy cząstkowe						prognoza globalna
2005Q1	0,841	0,758	0,755	0,846	0,741	0,788
2005Q2	0,870	0,759	0,703	0,801	0,706	0,768
2005Q3	0,745	0,820	0,881	0,864	0,695	0,800
2005Q4	0,758	0,839	0,737	0,860	0,724	0,783

*Źródło: opracowanie własne.*

Zestawienie wartości prognozowanych oraz realizacji zmiennej prognozowanej przedstawiono w tabeli 4. Uzyskane wartości nie wskazują tak jak w przypadku dynamiki kosztów wytworzenia na duże obciążenie prognozy. Również elastyczność oraz zgodność prognoz jest zadowalająca. Średni względny błąd prognozy ex post wyniósł 9,5%. Jest to wynik, który można uznać za bardzo dobry. Zwłaszcza, że prognozowana zmienna charakteryzowała się dużym udziałem wahań oraz odwróceniem tendencji.

## 5.2. Prognozowanie z wykorzystaniem trendu pełzającego

W przypadku drugiej z wykorzystanych metod prognozy – trendu pełzającego z wagami harmonicznymi istotny jest wybór długości segmentów. We wcześniejszych badaniach (GNAT 2008) wykazano zależności między wielkością błędów prognoz a długością segmentu. Wykorzystano dwie długości 4 oraz 8 okresów. Wybór ten związany był z kwartalną częstotliwością dostępnych danych.

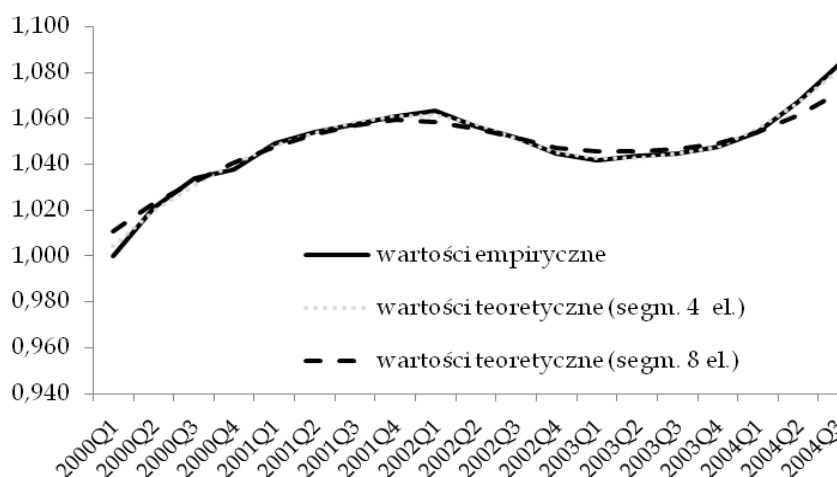
Na wykresie 3 przedstawiono wartości empiryczne oraz teoretyczne dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce w latach 2000-2004. W przypadku trendu pełzającego, dla którego przyjęto długość segmenty wynoszącą 4 kwartały uzyskano dopasowanie do danych empirycznych rzędu 99%. Model skonstruowany w oparciu o segmenty 8 elementowe charakteryzował się dopasowaniem na poziomie 97%.

**Tabela 4**

Porównanie prognoz i wartości rzeczywistych dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

okres	prognozy	wartości rzeczywiste
2005Q1	0,788	0,786
2005Q2	0,768	0,728
2005Q3	0,800	0,784
2005Q4	0,783	0,792

Źródło: opracowanie własne.



**Wykres 3.** Wartości empiryczne i teoretyczne wskaźników dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce w latach 2000-2004 (2000Q1 = 1).

Źródło: Opracowanie własne oraz Eurostat.

W tabeli 5 zestawiono skonstruowane zgodnie z formułami (8), (9) oraz (10) prognozy dla trendów z segmentami 4 i 8 elementowymi oraz rzeczywiste wartości w okresie prognozy.

Średnie względne błędy prognoz ex post wyniosły dla trendu pełzającego z 4 elementowymi segmentami 8,16%. Natomiast dla trendy, w którym długość segmentu ustalono na 8 kwartałów błąd ten sięgnął 21%.

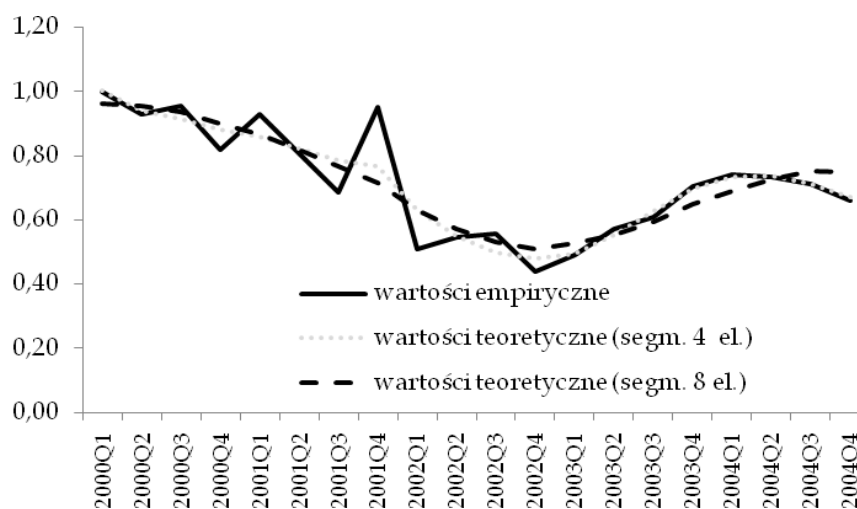
Na wykresie 4 przedstawiono wartości empiryczne oraz teoretyczne dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce w latach 2000-2004. Dopasowanie wykorzystanych modeli wyniosło odpowiednio 87% i 80% dla modeli z 4 i 8 elementowymi segmentami.

**Tabela 5**

Porównanie prognoz i wartości rzeczywistych dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

okres	Prognozy (seg. 4 el.)	Prognozy (seg. 8 el.)	wartości rzeczywiste
2005Q1	1,086	1,075	1,094
2005Q2	1,091	1,079	1,100
2005Q3	1,097	1,083	1,105
2005Q4	1,102	1,087	1,110

Źródło: opracowanie własne.



**Wykres 4.** Wartości empiryczne i teoretyczne wskaźników dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce w latach 2000-2004 (2000Q1 = 1).

Źródło: Opracowanie własne oraz Eurostat.

**Tabela 6**

Porównanie prognoz i wartości rzeczywistych dynamiki liczby udzielonych pozwoleń na budowę w Polsce (baza 2000Q1 = 1).

okres	Prognozy (seg. 4 el.)	Prognozy (seg. 8 el.)	wartości rzeczywiste
2005Q1	0,669	0,741	0,786



2005Q2	0,666	0,733	0,728
2005Q3	0,663	0,724	0,784
2005Q4	0,660	0,716	0,792

Źródło: opracowanie własne.

Prognozy zaprezentowane w tabeli 6 charakteryzowały się dość znacznymi błędami prognoz *ex post*. W przypadku trendu z segmentami 4 elementowymi błąd ten wyniósł aż 49%. Dla trendu z segmentami 8 elementowymi był ponad dwukrotnie mniejszy i wyniósł 23%.

## 6. Wnioski

Prognozowanie jest bardzo trudnym zagadnieniem naukowym. Uzyskanie wiarygodnych prognoz wymaga dużej wiedzy, odpowiednich narzędzi matematycznych oraz „chęci” założeń teorii predykcji do bycia spełnionymi. To ostatnie, zwłaszcza pod względem zachowania tendencji z okresu konstrukcji modelu, jest tym rzadsze im większy jest udział w prognozowanym zjawisku tak zwanego czynnika ludzkiego. Tam gdzie na pierwszym planie są siły natury czy procesy przemysłowe tradycyjne metody prognoz sprawdzają się. Natomiast dla zmiennych, gdzie emocje, mody, preferencje i skłonności determinują kształtowanie się zjawisk prognozy nieczęsto odznaczają się akceptowalnymi błędami. Prezentowane w pracy narzędzia nie bazują na typowych modelach tendencji rozwojowej, czy modelach przyczynowo-opisowych. Prognozowanie poprzez analogię może dać dobre rezultaty nawet przy dużym udziale wahań przypadkowych i zmianie tendencji, pod warunkiem występowania takich cech we wzorcu. Trend pełzający nadaje większe znaczenie danym nowszymi a mniejsze starszym, co również wydaje się być słuszne. Uzyskane w badaniu prognozy charakteryzowały się (poza jednym przypadkiem) błędami na poziomach równych lub nawet lepszych od błędów jakimi przeciętnie charakteryzują się sądy o przyszłości prezentowane przez ekspertów w danych dziedzinach. Świadczy to o przydatności tych narzędzi w praktyce. Przy prognozowaniu dynamiki kosztów wytworzenia domów mieszkalnych najmniejszy błąd dał trend pełzający z 4 elementowymi segmentami. W przypadku prognoz dynamiki liczby wydanych pozwoleń na budowę lepsze wyniki dało prognozowanie poprzez analogię. Można więc powiedzieć, że szeregi, które odznaczają się dużymi wahaniami przypadkowymi lub sezonowymi i brakiem wyraźnej tendencji lepiej modelowane są poprzez analogię. Natomiast szereg o niskim udziale wahań i wyraźnej tendencji lepiej prognozowany był przez trend pełzający. Uzyskane wyniki wymagają dalszego potwierdzenia, nie mniej jednak dostrzeżono pewne zależności, które mogą wspomóc proces wyboru narzędzia prognostycznego na rynku nieruchomości jak i w szerszym kontekście.

## 7. Literatura

- CIEŚLAK M. 2002. *Prognozowanie gospodarcze*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- epp.eurostat.ec.europa.eu
- GNAT S. 2008. *Badanie wpływu szerokości aproksymanty segmentowej na błędy prognoz ex post w prognozach z wykorzystaniem trendu pętającego z wagami harmonicznymi*, Badania operacyjne - metody i zastosowania, Uniwersytet Łódzki (maszynopis).
- GNAT S. 2006. *Forecasting of residential buildings price indexes by analogy*, Finance and Currency International Degree Programmes, Baltic Business Development, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 89-99.
- HELLWIG Z. 1967. *Schemat budowy prognozy statystycznej metodą wag harmonicznych*, Przegląd Statystyczny, z. 2.
- HOZER J. 1998. *Statystyka – opis statystyczny*, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin.
- HOZER J., KOKOT S., KUŹMIŃSKI W. 2002. *Metody analizy statystycznej rynku w wycenie nieruchomości*, Polska Federacja Stowarzyszeń Rzeczoznawców Majątkowych, Warszawa.
- SMOLUK A. 1993., *Matematyka, nauka, ekonomia*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- ZELIAŚ A. 1997. *Teoria prognozy*, PWE, Warszawa.
- ZELIAŚ A., PAWELEK B., WANAT S. 2003. *Prognozowanie Ekonomiczne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

# UTILISATION OF CHOSEN METHODS OF PREDICTION ON THE PROPERTY MARKET

**Sebastian Gnat**

*Department of Econometrics and Statistics*

*University of Szczecin*

e-mail: *sebastian.gnat@onet.eu*

**Key words:** *property market, prediction.*

## **Abstract**

Article presents two methods of prediction. Survey provides predictions of some economic variables related to property market. These variables are percentage change of residential building permits and percentage change of residential buildings construction costs. Construction costs are on the most important factors determining property prices. Building permits, on the other hand, reflect financial capability of investors. Skillful prediction of these phenomena is important for the accurate assessment of property market tendencies. The survey has been divided in two parts. The first one presents prediction by analogy, the second one presents prediction with one of the adaptive methods called crawling trend. *Ex post* prediction errors are presented to determine level of utility of presented methods.

# ANALIZA PRZESTRZENNA RYNKU NIERUCHOMOŚCI ROLNICZYCH Z UWZGLĘDNIENIEM WPŁYWU CZYNNIKÓW EKONOMICZNYCH

**Robert Pietrzykowski**

*Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych,  
Zakład Metod Ilościowych  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
e-mail: robert\_pietrzykowski@sggw.pl*

**Słowa kluczowe:** *analiza przestrzenna, korelacje przestrzenne, nieruchomości rolne*

## **Streszczenie**

W pracy przedstawiono analizę przestrzenną z uwzględnieniem macierzy wag zbudowanej w oparciu o macierz odległości. Do budowy macierzy odległości wykorzystano cechy o charakterze ekonomicznym. Wykorzystując współczynnik korelacji przestrzennej Morana stwierdzono, nielosowe rozmieszczenie badanych obiektów ze względu na cenę gruntów rolniczych.

## **1. Wprowadzenie**

Obrót ziemią rolniczą ze względu na swoją specyfikę, to znaczy przypisanie do miejsca jak najbardziej wpisuje się w przestrzeń, a zatem klasyfikuje się do analizy przestrzennej. Zależności przestrzenne mogą być związane z lokalizacją, ale równie istotny może być wpływ innych cech o charakterze ekonomicznym, społecznym, demograficznym i politycznym (VAN DIJK 2003). Korzyści płynące z analiz przestrzennych są podkreślane przez wielu autorów i dlatego obserwujemy rozwój metod statystycznych i ekonometrycznych dotyczących tego zakresu. Spośród wielu możliwości jakie można przypisać analizie przestrzennej należy tu wymienić: określenie siły efektów przestrzennych różnych zmiennych losowych, rozpoznanie wpływu i kształtu obiektów przestrzennych w badanych zmiennych, rozpoznanie wpływu czynników ekonomicznych badanych obiektów przestrzennych w celu określenia efektów jakie mogą wywołać w innych obiektach (GETIS 2007).

W celu określenia wzajemnych interakcji i powiązań pomiędzy sąsiadującymi obiektami stosuje się odpowiednie macierze wag (KOPCZEWSKA 2007), (*Ekonometria przestrzenna* 2010), (CLIFF, ORDA 1981; ANSELIN 1988, 2001), które są kluczowym elementem analizy przestrzennej. Określenie odległości między badanymi obiektami może być różnie definiowane (PAELINCK 2003) i tak: może dotyczyć odległości od centrów badanych obiektów, odległości społecznych (DOREIAN 1980), odległości ekonomicznych (CASE i in. 1993) związanych z możliwościami

transportowymi, kooperacyjnymi, handlowymi i innymi związanymi z badanym regionem (BODSON, PEETERS 1975; FRIZADO 2009), ale może być również rozszerzone na miary stosowane w taksonomii (odległość euklidesowa i inne).

O popycie i podaży ziemi rolniczej powinna decydować jej lokalizacja. Z badań przeprowadzonych przez autora (PIETRZYKOWSKI 2011) nie udało się tego do końca stwierdzić. Obserwując zróżnicowanie cen na rynku nieruchomości rolniczej na poziomie województw (rysunek 4) w pracy podjęto próbę określenia czynników wpływających na ceny gruntów rolniczych. Celem pracy było zatem przedstawienie zależności występujących na rynku gruntów rolniczych z uwzględnieniem czynników ekonomicznych umiejscowionych w przestrzeni.

## 2. Metodologia

Podstawowym zagadnieniem w analizach przestrzennych jest określenie wag przestrzennych, które następnie zestawia się w macierzy wag (**W**). Budowa macierzy wag polega na określeniu wzajemnych powiązań pomiędzy badanymi obiektami (BAVAUD 1998). Zwykle macierz wag określa sąsiadujące ze sobą obiekty i jest tworzona zgodnie z następującymi zasadami:

$$\begin{cases} w_{ij} = 1 & \text{kiedy obiekt } i \text{ jest sąsiadem obiektu } j \\ w_{ij} = 0 & \text{kiedy obiekt } i \text{ nie jest sąsiadem obiektu } j \\ w_{ij} = 0 & \text{kiedy } i = j \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

- $w_{ij}$  - oznacza (i, j) element macierzy wag **W** (sąsiedztwa),
- $i$  - oznacza i - ty wiersz macierzy wag,
- $j$  - oznacza j - tą kolumnę macierzy wag.



**Rys. 1.** Schemat powiązań dla macierzy wag (**W1**), określającej sąsiadów pierwszego rzędu. Źródło: badania własne.

W wyniku takiego podziału uzyskujemy macierz sąsiedztwa pierwszego rzędu to znaczy uwzględniającą tylko te obiekty, które w rzeczywistości sąsiadują ze sobą poprzez wspólną granicę. Taka macierz wag ma charakter binarny i nie do końca

może poprawnie określać wzajemne powiązania obiektów w przestrzeni. Schemat powiązań dla takiej macierzy wag przedstawiono na rysunku 1 (można również uwzględnić dalszych sąsiadów i uzyskać sąsiedztwa drugiego lub dalszych rzędów). Macierz wag może również stanowić odległości pomiędzy środkami badanych regionów lub zasięg kilometrów ustalony ze względu na charakter badań. Mogą to być zarówno środki geometryczne, miasta wojewódzkie itp. W analizach przestrzennych bierze się również pod uwagę macierz odległości powstałą z określeniem odległości ekonomicznych lub odległości oparte na innych czynnikach. W pracy zaproponowano ustalenie odległości w oparciu o metody taksonomiczne i zbudowanie macierzy odległości na bazie cech o charakterze ekonomicznym.

W pracy zaproponowano wykorzystanie odległości Minkowskiego (formuła 2) jako najbardziej ogólnej z parametrem  $p = 1$ . Na bazie tej metryki można określić pozostałe znane metryki: miejską (Manhattan distance,  $p = 1$ ), euklidesową (Euclidean distance,  $p = 2$ ) i inne.

$$d_{ik} = \left[ \sum_{j=1}^m |x_{ij} - x_{kj}|^p \right]^{1/p} \quad (2)$$

gdzie:

$p$  – jest liczbą określającą rodzaj metryki,

$m$  – liczba cech,

$x_{ij}, x_{kj}$  – realizacja  $j$  – tej cechy w obiekcie  $i$  – tym oraz  $k$  – tym.

Jeżeli chodzi o techniki podziału to najczęściej stosowane są metody najdalszego i najbliższego sąsiedztwa. Podział obiektów w analizie skupień jest arbitralny i nie ma jasnych wytycznych jak podzielić obserwowane obiekty na skupienia (SEBER 2004). W badaniach stwierdzono jednak, że najodpowiedniejszą będzie metoda Warda, która do określenia odległości pomiędzy obiektami wykorzystuje sumę kwadratów odległości punktów należących do danego skupienia czyli oparta jest na metodzie analizy wariancji. Technika ta jest najczęściej wykorzystywana w ekonomii (*EKONOMETRIA PRZESTRZENNA 2010*).

Ponieważ wydaje się, że w miarę zwiększania odległości pomiędzy sąsiadami intensywność interakcji powinna maleć, dlatego współczynniki wagowe ( $w_{ij}$ ) w macierzy wag ( $\mathbf{W}$ ) powinny być funkcjami odwrotnymi takimi, że:

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (3)$$

gdzie:

$d_{ij}$  – odległość pomiędzy obiektem  $i$ -tym, a obiektem  $j$ -tym.

Tak otrzymaną macierz wag można zastosować do analiz przestrzennych, a dokładnie określenia wzajemnych korelacji pomiędzy badanymi obiektami z wykorzystaniem współczynnika korelacji Morana ( $I_g$ ):

$$I_g = \frac{N}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

gdzie:

- $w_{ij}$  - oznacza (i, j) element macierzy wag  $\mathbf{W}$  (sąsiedztwa),
- $N$  - oznacza wszystkie obiekty które uwzględniamy w badaniu,
- $x_i$  - oznacza wartość cechy danego obiektu w lokalizacji i - tej,
- $x_j$  - oznacza wartość cechy danego obiektu w lokalizacji j - tej,
- $\bar{x}$  - oznacza przeciętną wartość cechy dla wszystkich obiektów.

Współczynnik korelacji  $I_g$  Morana jest miarą autokorelacji przestrzennej i jest nazywany globalnym, określa on w zależności od wartości jakie przyjmuje podobieństwo badanych województw (wartości dodatnie) lub zróżnicowanie (wartości ujemne). Oprócz statystyk globalnych oblicza się również statystyki lokalne Morana, Geary'ego i Getis-Orda (ORD, GETIS 1995). W pracy wykorzystano tylko współczynnik korelacji Morana ponieważ jest on bardziej efektywny od statystyki Gary'ego (KOPCZEWSKA 2007). Autokorelację przestrzenną przedstawiono na wykresie Morana (rysunek 3). Dokładniejszy opis zastosowanych metod w analizach nieruchomości można znaleźć w pracy Pietrzykowskiego (PIETRZYKOWSKI 2010, 2011) oraz innych (LIGAS 2006; WOLSKI i ZAŁĘCZNA 2008; JANC 2006).

### 3. Dane

W pracy wykorzystano dane pochodzące z GUS oraz z ANR. Wszystkie cechy obserwowano w województwach (rozważano 16 obiektów). Cechą podstawową była średnia cena gruntów rolniczych za hektar w województwie. Natomiast cechami na bazie, których wyznaczono macierz odległości były: wartość PKB przypadająca na jednego mieszkańca, łączna powierzchnia gruntów rolniczych, dla których zmieniono w planach, przeznaczenie na cele nierolnicze, stopa bezrobocia na wsi, wartość nakładów inwestycyjnych w gospodarce narodowej dla rolnictwa w sektorze prywatnym, wartość dodana brutto dla rolnictwa, liczba gospodarstw o powierzchni 50 ha i więcej, liczba gospodarstw o powierzchni do 15 ha. Wszystkie cechy były mierzone dla województw oraz według sekcji PKD 2004. Średnie ceny dla województw obserwowano w latach 2005 - 2010. Natomiast wartości pozostałych cech pochodziły z roku 2008. Związane to było z charakterem i dostępnością danych. Taki wybór zmiennych do analizy miał wykazać potencjał województw do dalszego rozwoju w kierunku powiększania powierzchni gospodarstw rolniczych. Ze względu na różnice w jednostkach i wielkościach w badanych zmiennych analizę poprzedzono ich standaryzacją.

#### 4. Wyniki

Analizę statystyczną poprzedzono badaniem zależności pomiędzy wszystkimi cechami, które określono jako cechy ekonomiczne (tzn. wartość PKB przypadająca na jednego mieszkańca, łączna powierzchnia gruntów rolniczych, dla których zmieniono w planach, przeznaczenie na cele nierolnicze, stopa bezrobocia na wsi, wartość nakładów inwestycyjnych w gospodarce narodowej dla rolnictwa w sektorze prywatnym, wartość dodana brutto dla rolnictwa, liczba gospodarstw o powierzchni 50 ha i więcej, liczba gospodarstw o powierzchni do 15 ha), a średnią ceną gruntów rolniczych dla poszczególnych lat. We wszystkich przypadkach okazało się, że zależności badane współczynnikiem korelacji prostej Pearsona są nieistotne.

W dalszej części pracy przygotowano dane do analizy przestrzennej wyznaczając dwie macierze wag:

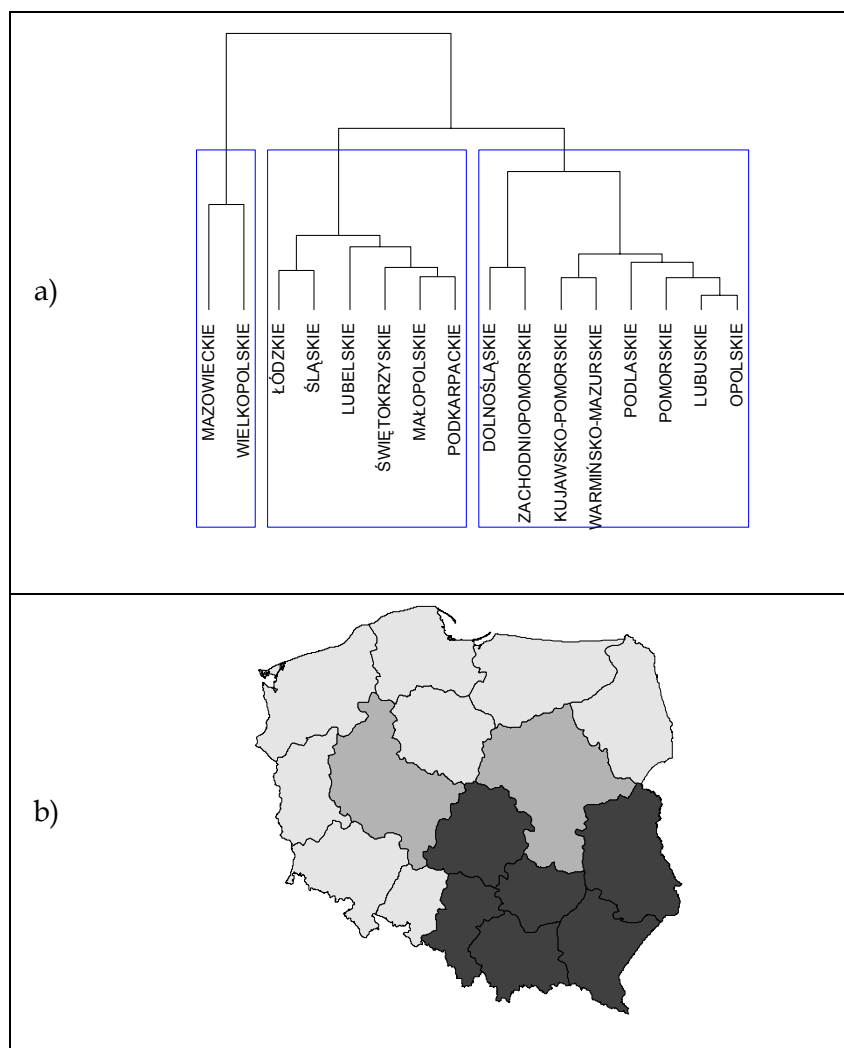
**W1** - standaryzowaną macierz wag opisującą zależność ze względu na sąsiadów pierwszego rzędu (rysunek 1 i formuła 1)

**W2** - macierz wag opartą na macierzy odległości uzyskaną w analizie skupień dla siedmiu badanych cech ekonomicznych.

Macierz wag **W2** uzyskano wykorzystując analizę skupień opartą na odległości Minkowskiego z  $p=1$  i technice Warda. Podział na skupienia, przedstawiono na diagramie oraz mapie Polski (rysunek 2). Zaproponowano podział na trzy skupienia i jak widać na mapie Polski, podział taki skutkuje uzyskaniem grup województw związanych ze sobą ze względu na obserwowane siedem cech. W jednym ze skupień mamy dwa duże województwa (mazowieckie i wielkopolskie), które nie są właściwie sąsiadami, ale znajdują się bardzo blisko siebie.

Druga grupa to województwa, które rozciągają się od centrum po południowy - wschód Polski (łódzkie, śląskie, lubelskie, małopolskie, podkarpackie i świętokrzyskie). Te województwa sąsiadują ze sobą bezpośrednio (sąsiedztwo I rzędu) lub pośrednio (dalsze sąsiedztwa), tylko województwo świętokrzyskie jest sąsiadem bezpośrednim dla wszystkich województw. Ostatnia grupa województw położona jest wzdłuż zachodniej i północnej granicy Polski. Te województwa to: opolskie, dolnośląskie, lubuskie, zachodnio - pomorskie, pomorskie, kujawsko - pomorskie, warmińsko - mazurskie, podlaskie. Województwa w trzecim skupieniu ułożone są w łańcuchu, więc nie można tu mówić o bezpośrednim sąsiedztwie województw np. województwo opolskie w tym układzie jest sąsiadem siódmego rzędu dla województwa podlaskiego. Jedynie województwo kujawsko-pomorskie sąsiaduje bezpośrednio z dwoma województwami pomorskim i warmińsko-mazurskim.

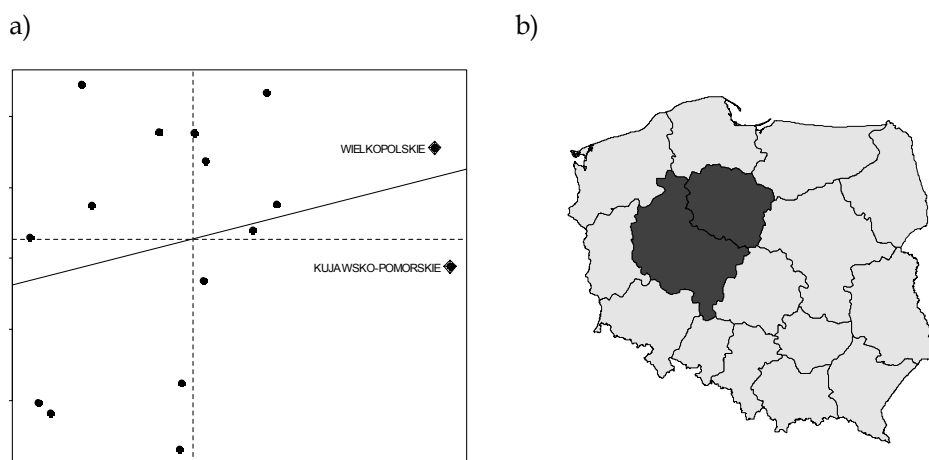




**Rys. 2.** Podział województw na trzy skupienia z wykorzystaniem odległości Minkowskiego z  $p = 1$  i techniką Warda (a) dendrogram (b) mapa Polski z podziałem na województwa. Źródło: badania własne.

Wykorzystując standardową macierz wag (**W1**), to znaczy opisującą sąsiadów pierwszego rzędu nie stwierdzono autokorelacji przestrzennej. Współczynnik korelacji przestrzennej Morana ( $I_g$ ) okazał się nieistotny statystycznie (p-value: 0,8912). W oparciu o macierz wag (**W2**), która jest macierzą odległości Minkowskiego z  $p=1$ , wyznaczono współczynnik korelacji Morana, który okazał się istotny statystycznie. Macierz wag (**W2**), opisuje strukturę zależności pomiędzy województwami poprzez ich podobieństwo ze względu na badane siedem cech

o charakterze ekonomicznym. Uzyskany współczynnik korelacji Morana wskazuje na dodatnią autokorelację czyli nielosową strukturę województw (rysunek 2a), a także określa grupowanie się obiektów ze względu na niskie i wysokie wartości ceny gruntów rolniczych. Wydaje się, że struktura opisana macierzą odległości podaje faktyczną zależność przestrzenną dla województw. Jednak nie jest to zbyt silna zależność ( $I_g = 0,3423$ ). Na wykresach Morana możemy zaobserwować punkty wyróżniające się, którymi są województwa wielkopolskie i kujawsko-pomorskie (rysunek 3a i 3b). Dla tych województw zaobserwowano najwyższe ceny gruntów rolniczych (rysunek 4).

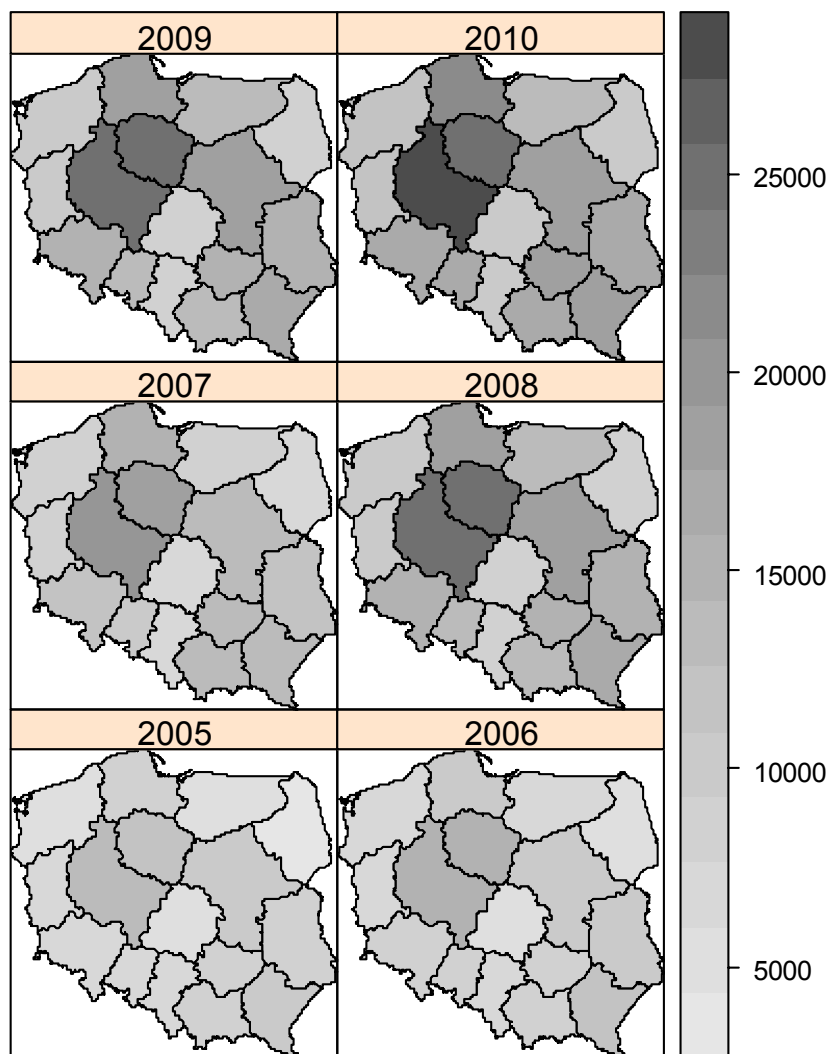


**Rys. 3.** Wykres Morana dla średniej ceny gruntów rolniczych z wykorzystaniem (a) macierzy wag ( $W_2$ ) obliczonej na bazie obserwowanych cech, (b) „hot spot” przedstawiony na mapie Polski z podziałem na województwa. *Źródło:* badania własne.

Zmiany cen gruntów rolniczych w latach 2005 – 2010 przedstawiono na rysunku 4. Widać, że w badanym okresie czasu następowała zmiana cen gruntów rolniczych i można stwierdzić, że zróżnicowanie cen gruntów rolniczych ma podobną strukturę jaką udało się uzyskać poprzez analizę skupień (rysunek 2b). Widać, że województwa położone na południowym-wschodzie nie różnią się ze względu na ceny gruntów rolniczych poprzez wszystkie badane lata. Można również zauważyć, że województwa położone na zachodniej i północnej granicy Polski również nie różnią się ze względu na ceny nieruchomości.

Widoczne to jest w szczególności w latach 2005 – 2008. W latach 2009 – 2010 widać różnicę w cenach gruntów rolniczych dla województwa pomorskiego. W tych latach również widać wyraźną różnicę dla dwóch województw kujawsko-

pomorskiego i wielkopolskiego. Również te województwa zostały wykazane jako odstające w analizie przestrzennej na wykresie Morana (rysunek 3a).



**Rys. 4.** Średnie ceny gruntów rolniczych w województwach w okresie od 2005 do 2010 roku. Źródło: badania własne.

## 5. Podsumowanie

Wykorzystanie macierzy odległości uzyskanej w analizie skupień, pozwoliło na określenie struktury zależności przestrzennej dla cen gruntów rolniczych. Jeżeli chodzi o rynek nieruchomości rolniczych jest on bardzo specyficzny i określenie innej macierzy wag (**W2**), to znaczy określającej podobieństwa ekonomiczne obiektów pozwala na znalezienie struktury zależności, co nie było możliwe w przypadku określenia interakcji związanej z sąsiedztwem pierwszego rzędu. Dobór cech (wartość PKB, wartość dodana i inne) pozwolił na stwierdzenie, że cena nieruchomości jest zależna od sąsiedztwa, ale rozumianego w sensie ekonomicznym.

## 6. Literatura

- Anselin L. 1988. *Spatial econometrics. Methods and models*, Kluwer Academi, Dordrecht
- Anselin L. 2001. *Spatial effects in econometrics. Practice in environmental and resources economics*, American Journal of Agricultural Economics, 83
- Bavaud F. 1998. *Models for spatial weights: a systematic look*, Geographical Analysis, 30
- Bodson P., Peeters D. 1975. *Estimation of the coefficients of a linear regression in the presence of spatial autocorrelations. An application to a Belgian labour-demand function*, Environment and Planning A, 7(4)
- Case A., Harvey S. R., Hines J. R. 1993. *Budget spillovers and fiscal policy Interdependence: Evidence from the States*, Journal of Public Economics, 52, 285 - 307
- Cliff A. D., Ord J. K. 1981. *Spatial process: Models and applications*, Pion, London
- Doreian P. 1980. *Linear models with spatial distributed data. Spatial disturbances or spatial effects*, Sociological Methods and Research, 9, 29-60
- Ekonometria przestrzenna*, Red. Suchecki B. 2010, C.H. Beck, Warszawa
- Frizado J., Smith B. W., Carroll M. C., Reid N. 2009. *Impact of polygon geometry on the identification of economic clusters*, Lett Spat Resour Sci (2009) 2: 31-44
- Getis A. 2007. *Reflections of spatial autocorrelation*, Regional Science and Urban Economics, 37, 491 - 496
- Janc K. 2006. *Zjawisko autokorelacji przestrzennej na przykładzie statystyki I Morana oraz lokalnych wskaźników zależności przestrzennej (LISA). Wybrane zagadnienia metodyczne*. Dokumentacja Geograficzna, IGiPZ PAN, Warszawa, 33, 76 - 83
- Kopczewska K. 2007. *Ekonometria i statystyka przestrzenna*, CEDEWU.PL, Warszawa, 55
- Ligas M. 2006. *Przestrzenne modele autoregresji w zastosowaniu do wyceny nieruchomości*, Journal of the Polish Real Estate Scientific Society, 14(1), 124
- Ludwiczak B. 1991. *Korelacja przestrzenna (w:) Zeliaś A. (red.) Ekonometria przestrzenna*, PWE, Warszawa, 97 - 121

- Ord J. K., Getis A. 1995. *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*, *Geographical Analysis*, 27, 286 – 306
- Paelinck J. H. P. 2003. *On Locations and Distances*, *Annals of Operations Research* 123, 189–201
- Pietrzykowski R. 2010. *Przestrzenne ujęcie rynku nieruchomości mieszkaniowych w latach 2007 – 2010*, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia* 2010, 616 (29), 97-107
- Pietrzykowski R. 2011. *Przestrzenne zróżnicowanie cen ziemi rolniczej na poziomie województw w Polsce*, *Zeszyty Naukowe SGGW, Seria Problemy Rolnictwa Światowego*, Warszawa(w druku)
- Seber G. A. F. 2004. *Multivariate observations*, A John Wiley & Sons, New Jersey
- Van Dijk T. 2003. *Scenarios of Central European land fragmentation*, *Land Use Policy*, 20, 149 – 158
- Wolski R., Załączna M. 2008. *Nieruchomości w portfelu inwestycyjnym w warunkach Polskich*, *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania. Uniwersytet Szczeciński*, nr 10, s. 290 – 305

## SPATIAL ANALYSIS OF AGRICULTURAL LAND MARKET TAKE INTO CONSIDERATION INFLUENCE ECONOMIC FACTORS

**Robert Pietrzykowski**

*Department of Economics of Agriculture and International Economic Relations,  
Division of Quantitative Methods,  
Warsaw University of Life Science - SGGW  
e-mail: robert\_pietrzykowski@sggw.pl*

**Key words:** *spatial analysis, spatial correlations, agricultural land market*

### **Abstract**

The paper presents an analysis of the spatial weights matrix construct based on the distance matrix for economic factors. The distance matrix constructed used to seven economic factors like: PKB per capita, total area of agricultural land, which changed the plans, use for non-agricultural purposes, unemployment rate in rural areas, value of investment in the national economy for agriculture in the private sector, gross value added for agriculture, number farms by area land 50ha and more, number farms by area land to 15ha. In the statistical analysis used to Moran spatial coefficients. In the paper presented changes of land price in 2005 – 2010 years. The aim of this study was therefore to present depending on the agricultural land market, taking into account economic factors localized in space.









**ISSN 1733-2478**  
**ISBN 978-83-61564-52-2**

